Riešenie viackriteriálnych okružných úloh na báze metódy váh

Týždeň vedy 2015

Ing. Lucia Mieresová

Viackriteriálne úlohy

- Zohľadňujú viacero obmedzení alebo kritérií súčasne.
- Vo väčšine reálnych prípadov neexistuje jedinečné riešenie, ktoré by mohlo optimalizovať všetky ciele súčasne.
- Poskytnutie vhodného kompromisného riešenia (na základe preferencií).

Okružné úlohy s viacerými kritériami

- Ponúkajú možnosť zohľadnenia viacerých obmedzení, pre nájdenie vhodnej trasy.
- Každé z obmedzení zvyčajne komplikuje možnosti riešenia úlohy, ale súčasne približuje uvažované matematické modely požiadavkám praxe a tým zvyšuje ich využiteľnosť.

Okružné úlohy s viacerými kritériami

Vo všeobecnosti sa najčastejšie uvažuje s nasledujúcimi obmedzeniami v oblasti viackriteriálnych okružných úloh:

- Ohraničenia týkajúce sa dopravných prostriedkov
- Ohraničenia týkajúce sa obslužných uzlov
- Ohraničenia týkajúce sa hrán
- Ohraničenia týkajúce sa iných faktorov

Vstupné dáta

- Matica C = $\{c_{ij}\}$ reprezentuje hodnoty pre optimalizáciu prvého cieľa. Jej prvky možno definovať nasledovne:

$$c_{ij} = \begin{cases} c_{ij}, \text{ak } i \neq j \\ 0, \text{ak } i = j \end{cases}$$

- Matica E = $\{e_{ij}\}$ reprezentuje hodnoty pre optimalizáciu druhého cieľa. Jej prvky možno definovať nasledovne:

$$e_{ij} = \begin{cases} e_{ij}, \text{ak } i \neq j \\ 0, \text{ak } i = j \end{cases}$$

Viacriteriálna úloha TSP

Prvá úloha/kritérium

$$\min f_1(x) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij}$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ij} = 1, \quad j = 1, 2, \ldots, n \quad i \neq j$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = 1, \quad i = 1, 2, \ldots, n \quad i \neq j$$

$$y_i - y_j + n x_{ij} \leq n - 1, \quad i, j = 2, 3, \ldots, n \quad i \neq j$$

$$xij \in \{0,1\}, \quad i, j = 1, 2, \ldots, n$$

Druhá úloha/kritérium

$$\min f_2(x) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} e_{ij} x_{ij}$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ij} = 1, \quad j = 1, 2, \ldots, n \quad i \neq j$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = 1, \quad i = 1, 2, \ldots, n \quad i \neq j$$

$$y_i - y_j + n x_{ij} \leq n - 1, \quad i, j = 2, 3, \ldots, n \quad i \neq j$$

$$xij \in \{0,1\}, \quad i, j = 1, 2, \ldots, n$$

Matematická formulácia

Viackriteriálna úloha TSP na báze metódy váh

$$\min \quad \alpha f_1(x) + (1-\alpha) f_2(x)$$

alebo

$$\min \alpha \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij} + (1-\alpha) \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} e_{ij} x_{ij}$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ij} = 1, \qquad j = 1, 2, \ldots, n \qquad i \neq j$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = 1, \qquad i = 1, 2, \ldots, n \qquad i \neq j$$

$$y_i - y_j + n x_{ij} \leq n - 1, \qquad i, j = 2, 3, \ldots, n \qquad i \neq j$$

$$xij \in \{0,1\}, \qquad i, j = 1, 2, \ldots, n$$

Nastavenie preferencií cieľov pomocou váh

- Zadaním hodnoty α zadávame požadované preferencie jednotlivých cieľov.
- Daným spôsobom môžeme meniť váhy vždy na požadované hodnoty.
- Oproti klasickým jednokriterialným úlohám, pri iných hodnotách ako nula a jedna, výsledná hodnota účelovej funkcie nebude reprezentovať hodnoty splnenia cieľov.

Využitie v praxi

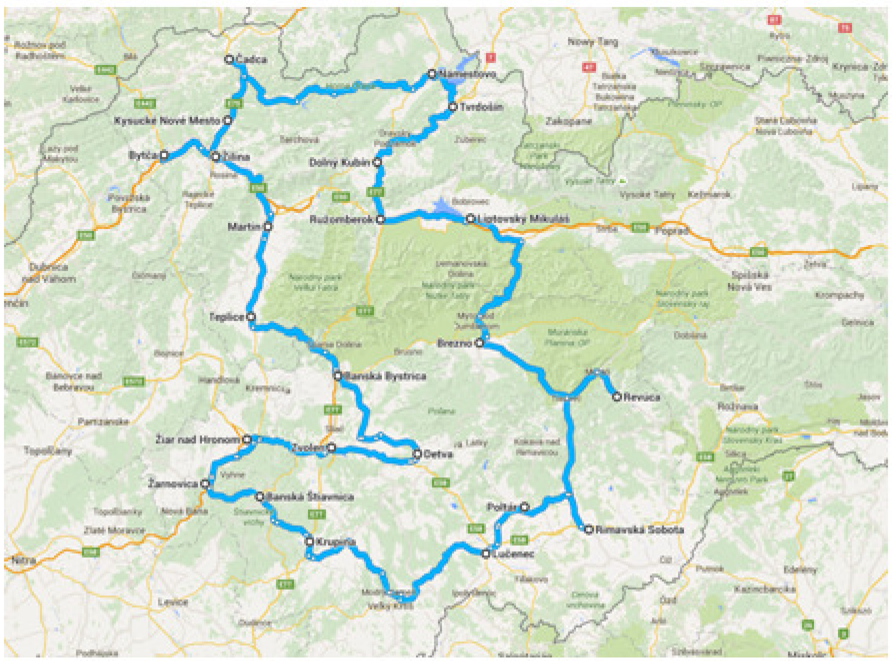
Plánovanie prepravnej trasy napr.:

- vzhľadom na ekonomické aj ekologické ciele
- s cieľom minimalizácie najazdených km, ale zároveň minimalizácia prevýšenia trasy (obchádzkou horských prechodov a ciest, ktoré preklenujú vyššiu nadmorskú výšku)
- s cieľom minimalizácie časovej náročnosti ale zároveň minimalizácie vzniku emisii

Úloha minimalizácie najazdených km a zároveň minimalizácie prevýšenia trasy

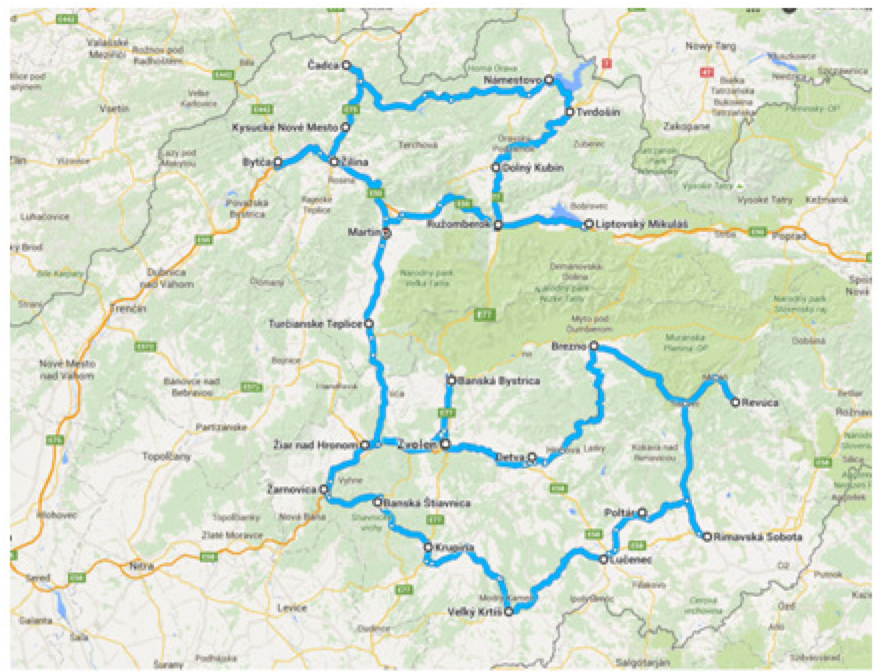
Preferencia najkratšej trasy

- $\alpha = 0{,}8$



Preferencia minimalizácie prevýšenia trasy

- $\alpha = 0{,}2$



Záver

- Okružné úlohy sa pre potreby praxe často doplňajú o obmedzenia, ktoré súvisia so zadaním úlohy a vyplývajú z možnej aplikácie na konkrétne reálne príklady.
- Na základe uvedeného matematického modelu je možné riešiť okružné úlohy pre rôzne kritéria a požiadavky riešiteľa. Je však nutné použitie matíc reprezentujúcich hodnoty požadovaného kritéria.

Ďakujem za pozornosť!

Ing. Lucia Mieresová
Seminár doktorandov 2014