



Dekompozícia časových radov (ČR) a ich prognostická aplikácia

Kvetoslava Surmanová

ČR - charakteristika

- Hodnoty zhromažďované a zaznamenané v časovom slede.
- Hodnoty chronologicky usporiadané v čase.
- Chronologická postupnosť vecne, priestorovo a časovo pozorovateľných hodnôt.

Hydrológia – počet zrážok,

Geodézia – slapové efekty,

Personalistika – počet odpracovaných dní, dní PN,...

ČR - charakteristika

- Interval medzi pozorovaniami je rovnaký – diskretný ČR.
- Diskretný ČR – usporiadaná množina údajov (x_1, x_2, \dots, x_n) .
 x_t , kde $t = 1, 2, \dots, n$
- Celkový počet hodnôt v ČR – dĺžka ČR (n).

ČR podľa periodicity sledovania

- Dlhodobé ČR – ročné alebo dlhšie obdobie.
 - HDP SR za obdobie r. 1993 – 2011,
 - HV spoločnosti XY za r. 2000 – 2011,...
- Krátkodobé ČR – obdobie kratšie ako 1 rok.
 - CPI za 01/2001 – 09/2012,
 - Miera nezamestnanosti za 01/2005 – 09/2012,...

ČR podľa periodicity sledovania

- Vysokofrekvenčné ČR – ČR denných hodnôt a hodnôt, ktoré sa zisťujú v kratších časových intervaloch (hodiny, minúty, sekundy).
 - Výmenný kurz,...

ČR podľa rozhodného časového hľadiska zisťovania

- Okamihové – hodnoty sa vzťahujú na určitý okamih,
 - Stav obyvateľstva k 31.12.,
 - Výmenný kurz EUR/USD vyhlásený k určitej hodine dňa,...
- Intervalové – hodnota sa v priebehu sledovaného intervalu mení, ich veľkosť závisí od dĺžky časového intervalu, za ktorý sa zisťujú,
 - Týždenné tržby,
 - Počet požiarov za rok,...

ČR podľa druhu sledovaných ukazovateľov

- Primárne (prvotné) – priamo namerané.
 - Počet dokončených bytov za rok,
 - Cena pšenice v určitom období,
 - Produkcia pšenice za rok,...

- Sekundárne (odvodené)

ČR podľa druhu sledovaných ukazovateľov

- Sekundárne (odvodené) – patria sem:
 - ❖ Rozdiel alebo podiel rôznych primárnych absolútnych (okamihových alebo intervalových) ukazovateľov (ročný zisk, pridaná hodnota,...)
 - ❖ Funkcia rôznych hodnôt toho istého ukazovateľa (ukazovateľ štruktúry,...)
 - ❖ Funkcia dvoch (viacerých) ukazovateľov (produktivita práce,...)
 - ❖ Bázické indexy určitého ukazovateľa (miera inflácie,...)

Porovnateľnosť ČR

- Výsledky analýz súvisia s **homogénnosťou ČR**.
- **Homogénny ČR** – hodnoty sú za dlhšie obdobie porovnateľné z priestorového, časového a vecného hľadiska.

Vymedzenie ČR

- Priestorové vymedzenie – stanovenie územných hraníc (kraj, okres, republika,...).
- Časové vymedzenie – hodnoty sa zisťujú za rovnako dlhé obdobie.

Problém neporovnateľnosti vzniká pri mesačných údajoch (nerovnaký počet dní v mesiacoch).

- Vecné vymedzenie – najdôležitejšie a najkomplikovanejšie.

Vecné vymedzenie ČR

- Ukazovateľ jednoznačne definovaný aj s mernou jednotkou.

Problém neporovnateľnosti vzniká pri veľmi dlhých ČR (zmena metodiky, zmena produktu, technických parametrov,...),

napr. ukazovateľ tržieb za vyrobené televízory vo firme XY namiesto počtu vyrobených televízorov za obdobie rokov 1990 – 2010.

Dekompozícia ČR

4 zložky:

- Trendová - **T** – vyjadruje dlhodobý rast alebo pokles hodnôt v čase,
- Cyklická - **C** – predstavuje dlhodobé výkyvy údajov okolo trendu s neznámou viacročnou periódou,
- Sezónna – **S** – vyjadruje pravidelné (periodické, cyklické) výkyvy okolo trendu s periódou jeden rok (každoročne sa opakujú),
- Náhodná – **u** – nepravidelné výkyvy okolo trendu v dôsledku náhodných vplyvov.

Poznámka č. 1

- Vývoj ČR sa vysvetľuje iba časovou premennou a nie ďalšími premennými, t. j. do náhodnej zložky sa premietajú všetky tieto nezohľadnené premenné.
- Príčiny: nie sú známe, nemožno ich zistiť, nie je dost' financií alebo času,...
- Dôsledok – analýza ČR.

Poznámka č. 2

- ČR nemusí obsahovat všechny složky, ale náhodná složka u_t je přítomná v každém ČR.

Poznámka č. 3

- V ČR ročných hodnôt existuje trendová, trendovo-cyklická a náhodná zložka.
- V ČR mesačných alebo štvrtročných môžu byť prítomné rôzne kombinácie všetkých zložiek v závislosti od dĺžky ČR.

Dekompozícia ČR

- Aditívna (variabilita hodnôt okolo trendu je konštantná):

$$X_t = T_t + S_t + C_t + u_t$$

- Multiplikatívna (variabilita hodnôt okolo trendu rastie (klesá):

$$X_t = T_t \cdot S_t \cdot C_t \cdot u_t$$

Dekompozícia ČR - proces

- Na základe grafu identifikujeme zložky,
- Návrh modelu pre každú zložku samostatne, odhad modelu, verifikácia,
- Aplikácia – prognóza ex-post a ex-ante,
- Vyhodnotenie presnosti prognózy po určitom čase (len pri opakovanom použití modelu).

Techniky jednorozmerných štatistických metód

- Vyrovnávanie ČR jednoduchými a váženými kľzavými priemermi,
- Exponenciálne vyrovnávanie bez sezónnosti,
- Sezónna dekompozícia (Holt-Winters),
- Regresné modely trendu a sezónnosti,
- Autoregresné modely.

Výber správnej techniky robíme na základe vlastností ČR.

Vyrovnávanie ČR kízavými priemerami

- Jednoduchá metóda,
- Odhad trendovej zložky v neperiodických ČR,
- Odhad trendovo-cyklickej zložky v periodických ČR.

Vyrovnávanie ČR kízavými priemerami

- Princíp adaptívneho vyrovnávania ČR.
- Kízavé priemery dĺžky K , $K < n$.
- Dĺžka kízavej časti – nepárne číslo.
- V ČR so sezónnou zložkou je dĺžka kízavej časti = počet sezón (sezónnosť chceme eliminovať).

Vyrovňavanie ČR kízavými priemerami

- Výpočet:

$$KP_t(K) = \frac{x_{t-\frac{K-1}{2}} + \dots + x_t + \dots + x_{t+\frac{K-1}{2}}}{K}$$

Pre $t = (K-1)/2+1, (K-1)/2+2, \dots, T-(K-1)/2$.

Strata $(K-1)/2$ hodnôt na začiatku a konci ČR.

Vyrovňavanie ČR kízavými priemerami

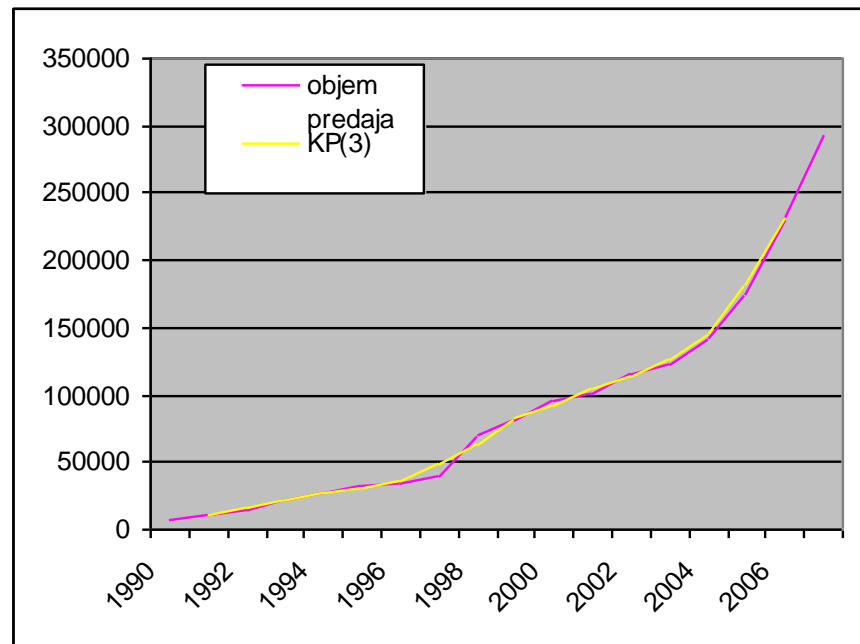
Stanoviť dĺžku posunu K:

- Subjektívne – skúsenosti analytika,
- Objektívne – kritérium:

$$\sum_{t=\frac{K-1}{2}+1}^{n-\frac{K-1}{2}} (x_t - KP(K))^2 \rightarrow \min$$

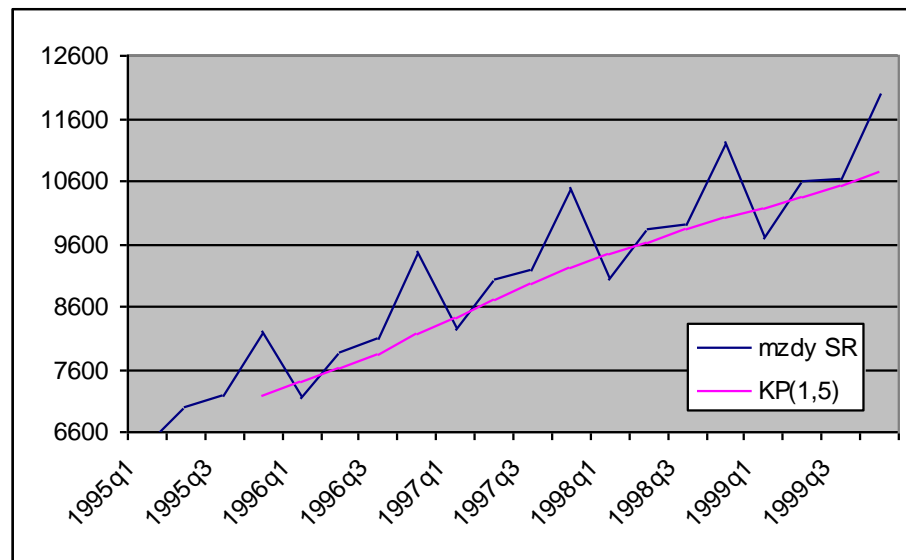
Vyrovnávanie ČR kíz. priemerami

rok	objem predaja	KP(3)
1990	6375	
1991	11626	10885,33
1992	14655	16050
1993	21869	20977,33
1994	26408	26894
1995	32405	31306,67
1996	35107	35935,67
1997	40295	48721
1998	70761	63869,33
1999	80552	82202,33
2000	95294	92386,67
2001	101314	104249,7
2002	116141	113256,7
2003	122315	126701,7
2004	141649	146329,7
2005	175025	182429,3
2006	230614	233060,7
2007	293543	



Vyrovnávanie ČR kízavými priemermi

	mzdy SR	KP(1,5)
1995q1	6374	
1995q2	7014	
1995q3	7170	
1995q4	8204	7190,5
1996q1	7152	7385
1996q2	7880	7601,5
1996q3	8098	7833,5
1996q4	9459	8147,25
1997q1	8219	8414
1997q2	9019	8698,75
1997q3	9170	8966,75
1997q4	10481	9222,25
1998q1	9033	9425,75
1998q2	9852	9634
1998q3	9918	9821
1998q4	11212	10003,75
1999q1	9682	10166
1999q2	10583	10348,75
1999q3	10641	10529,5
1999q4	12027	10733,25



Prognózovanie ČR s kĺzavými priemerami

- Priemer posledných hodnôt ČR podľa vzťahu:

$$x_{n+1}^p = \frac{1}{k} (x_n + x_{n-1} + \dots + x_{n+1-k})$$

- Koľko posledných hodnôt? Minimalizovať priemerné charakteristiky chýb prognóz (priemerná chyba, priemerná absolútna chyba,...).

Exponenciálne vyrovnávanie

- Produkuje ČR očistený od sezónnej a náhodnej zložky.
- Využitie pri krátkodobom prognózovaní.

Exponenciálne vyrovnávanie

- Princíp, použitie:
 - Nerovnomerný vývoj daného ČR v čase,
 - Premennivé parametre v čase,
 - Voľba modelov – na základe priebehu ČR, prípadne prítomnosti sezónnej zložky.

Exponenciálne vyrovnávanie

- Bez sezónnosti:
 - Konštantný trend - Jednoduché exponenciálne vyrovnávanie Browna,
 - Lineárny trend – Brownovo dvojité ex. vyrovnávanie, Holtovo dvojparametrické lineárne ex. vyrovnávanie,
 - Kvadratický trend – Holtovo trojité ex. vyrovnávanie.
- So sezónnosťou:
 - Wintersovo trojparametrické ex. vyrovnávanie,
 - Viacnásobné ex. vyrovnávanie Browna,
 - Holt-Winters ex.vyrovnávanie.

Jednoduché ex.vyrovnávanie

- Len na neperiodické ČR bez výrazného trendu, s približne konštantnou úrovňou rastu (poklesu) β_0 , ktorá sa na celom úsekú radu mení skokom.
- Model ČR s jednoduchým ex.trendom:

$$x_t = \exp(\beta_0 + \beta_1 T + u_t)$$

Jednoduché ex.vyrovnávanie

■ Definujme si

S_t – adaptívny odhad úrovne radu v čase t ,

i – vek pozorovania, $i=0, 1, \dots, t-1$.

α - vyrovnávajúca konštanta z $(0,1)$,

S_0 - počiatočná hodnota vyrovnávania.

$$S_t = \alpha \sum_{i=0}^{t-1} (1-\alpha)^i x_{t-i} + (1-\alpha)^t S_0$$

Jednoduché ex.vyrovnávanie

- Problém zvolit' α .
- Riešenie: zvolit' ľubovoľnú hodnotu pre α a sledovať grafický priebeh vyrovnania.
- Pravidlo:
 - pri vysokej variabilite – nízka hodnota (0,01 – 0,3)
 - pri nízkej variabilite – vyššia hodnota (0,8-1,0)

Prognóza na základe jednoduchého ex.vyrovňavania

- Definuje sa ako priemer len posledných k hodnôt ČR, ktoré majú rovnakú váhu.
- Prognóza ex-ante (len 1 obdobie dopredu, $h=1$):

$$x_{n+h}^P = S_n = \alpha x_n + (1 - \alpha)S_{n-1}$$

- Prognóza ex-post:

$$x_{t+1}^P = S_t = \alpha x_t + (1 - \alpha)S_{t-1}$$

Prognóza na základe jednoduchého ex.vyrovňavania

- Presnosť prognózy závisí od voľby vyrovnávajúcej konštanty α .
- Volíme takú α , pre ktorú minimalizujeme:

$$\min \sum_{t=2}^n (x_t - x_t^P(t-1))^2$$

Model trendu

■ Konštantný, ak $x_{t+1}=x_t$ $x_t = \beta_0$

■ Lineárny $x_t = \beta_0 + \beta_1 T + u_t$

■ Kvadratický $x_t = \beta_0 + \beta_1 T + \beta_2 T^2 + u_t$

■ Exponenciálny $x_t = \beta_0 \cdot \beta_1^T \cdot e^{u_t}$

Autoregresné prognostické modely

- Box-Jenkinsonove ARIMA modely.
- Autoregresný ČR – stav x_{t+1} je determinovaný stavom x_t .
- ČR x_{t+1} a x_t sú autokorelované.
- Silu závislosti určuje koeficient autokorelácie, r_k patrí $\langle -1, 1 \rangle$.

$$x_{t+1} = \beta_0 + r_k x_t + u_t$$

Autoregresné prognostické modely

- Na modelovanie cyklickej zložky v ČR bez trendu – autoregresný model druhého stupňa:

$$x_t = \beta_0 + r_{k1}x_{t-1} + r_{k2}x_{t-2} + u_t$$



Použitá literatura

Vincúr, P. a kol.: Úvod do prognostiky, 2007

Rubliková, E.: Analýza ČR, 2007