

Prístupy modernej makroekonomickej analýzy

Ing. Patrik Kupkovič

Týždeň vedy 2014

Prístupy využívané v súčasnej makroekonomickej analýze

- Formulácia modelov v tvare „State Space“ (slovenský ekvivalent: stavová reprezentácia modelu, stavový model)
- Metóda maximálnej vierohodnosti
- Bayesovské metódy odhadu parametrov
- Optimalizačné techniky

Všetky tieto prístupy využívajú **Kalmanov filter**

„State Space“ modely

- „State Space“ modely sú kľúčovým nástrojom výskumu a analýz v centrálnych bankách
- Veľký počet dynamických modelov môžeme prepísať do tvaru „State Space“
- Najpopulárnejšie sú DSGE modely a štrukturálne modely

„State Space“ modely

- „State Space“ model vo všeobecnom tvare si môžeme zapísať nasledovne:

Rovnica pozorovaní - $y_t = Hx_t + Az_t + e_t$

Stavová rovnica - $x_t = m + Fx_{t-1} + v_t$

y_t - pozorované premenné

x_t - stavové (nepozorované) premenné

z_t - exogénne premenné

$$VAR(e_t) = R, \quad VAR(v_t) = Q, \quad COV(e_t, v_t) = 0$$

Metóda maximálnej vierohodnosti

- Majme výberový súbor veľkosti T náhodnej premennej Y_t a označme si združenú funkciu hustoty pravdepodobnosti jednotlivých náhodných premenných závislú na vektore parametrov Θ
 $f_{Y_1, Y_2, \dots, Y_T}(y_1, y_2, \dots, y_T; \Theta)$.
- Ďalej predpokladajme, že náhodná premenná Y_t má normálne rozdelenie pravdepodobnosti a teda
 $\Theta = (\mu, \sigma^2)$
- Výberová logovaná funkcia vierohodnosti je potom v tvare:
$$L(\mu, \sigma^2; y_1, y_2, \dots, y_T) =$$
$$-(T/2) \log(2\pi) - (T/2) \log(\sigma^2) - \sum_{t=1}^T \frac{y_t - \mu}{2\sigma^2}$$

Bayesovské metódy odhadu parametrov

1. Výskumník najskôr formuluje svoje apriórne predpoklady o hodnotách odhadovaných parametrov. Tieto predpoklady sú vo forme pravdepodobnostného rozdelenia.

$$p(\boldsymbol{\theta})$$

2. Výskumník na základe pozorovaných dát formuluje funkciu vierohodnosti, ktorá reprezentuje informácie o odhadovaných parametroch obsiahnutých v dátach (klasický ekonometrický prístup).

$$p(\mathbf{Y}_t; \boldsymbol{\theta}) \equiv L(\boldsymbol{\theta}; \mathbf{Y}_t)$$

3. Výskumník aktualizuje svoje apriórne predpoklady o parametroch (1) pomocou informácií získaných z dát (2) – Bayesova teoréma – na získanie posteriórneho rozdelenia.

$$p(\boldsymbol{\theta}; \mathbf{Y}_t) = \frac{p(\mathbf{Y}_t; \boldsymbol{\theta}) p(\boldsymbol{\theta})}{p(\mathbf{Y}_t)}$$

Optimalizačné techniky

- Numerické metódy na nájdenie extrému funkcie - (maximalizácia funkcie vierohodnosti, maximalizácia posteriórneho rozdelenia pri bayesovskom odhade parametrov na nájdenie modusu tohto rozdelenia) sú súčasťou softvérových balíkov.
- Metódy dynamického programovania – používajú sa pri vyjadrovaní podmienok optimálnosti DSGE modelov aby bolo možné previesť DSGE model do tvaru „State Space“. Tiež sa používajú pri riešení samotných DSGE modelov (Blanchard a Kahnova metóda (1980), Simsova metóda (2001), Kleinova metóda a Benešova metóda (2011)).

Kalmanov filter

Rekurzívny algoritmus , ktorý (okrem iného) poskytuje odhady nepozorovaných premenných v každej perióde, použitím informácií do tejto periódy (vrátane). Kalmanov filter potrebuje najskôr poznať parametre „State Space“ modelu.

1. Predikčný krok -
$$\begin{aligned}x_{t/t-1} &= m + Fx_{t-1/t-1} \\ P_{t/t-1} &= FP_{t-1/t-1}F' + Q\end{aligned}$$
2. Výpočet chýb -
$$\begin{aligned}\eta_{t/t-1} &= y_t - Hx_{t/t-1} - Az_t \\ \zeta_{t/t-1} &= HP_{t/t-1}H' + R\end{aligned}$$
3. Aktualizačný krok -
$$\begin{aligned}x_{t/t} &= x_{t/t-1} + K\eta_{t/t-1} \\ P_{t/t} &= P_{t/t-1} - KHP_{t/t-1}\end{aligned}$$

Vzájomné prepojenie jednotlivých nástrojov

1. Využitie dynamického programovania na získanie podmienok optimálnosti prvého rádu DSGE modelu
2. Prepis DSGE modelu do tvaru „State Space“
3. Použitím Kalmanovho filtra je možné vyjadriť funkciu vierohodnosti „State Space“ modelu ako celku (ak je iniciálny stav a náhodné zložky gausiánske).
4. Určenie apriórnych predpokladov o hodnotách parametrov
5. Určenie posteriérneho rozdelenia pravdepodobnosti parametrov
6. Maximalizácia posteriérneho rozdelenia pomocou numerických optimalizačných techník
7. Využitie Kalmanovho filtra na získanie nepozorovaných premenných
8. Riešenie DSGE modelu
9. Dosadením odhadnutých parametrov do riešenia modelu získame vývoj jednotlivých premenných

Použitá literatúra

- BLAKE, A. – MUMTAZ, H. 2012. *Applied Bayesian econometrics for central bankers*. CCBS Technical Handbook No. 4.
- GRIFFOLI, T. 2011. *DYNARE User Guide: An introduction to the solution & estimation of DSGE models*: DYNARE User guide.
- HAMILTON, D. J. 1994. *Time Series Analysis*. New Jersey: Princeton University Press, 1994. 799 s. ISBN 0-691-04289-6.
- Welch, G. – Bishop, G. 2006. *An Introduction to the Kalman Filter*. University of North Carolina, Working paper, NC 27599 - 3175.

Tento príspevok bol vypracovaný v rámci projektu mladých učiteľov, vedeckých pracovníkov a doktorandov v dennej forme štúdia I-14-103-00.

Ing. Patrik Kupkovič
KOVE FHI EU
Seminár doktorandov 2014