Modely teórie hier v podmienkach nedokonalej konkurencie

Ing. Tomáš Oliva

Školiteľ: doc. Ing. Marián Goga, CSc.

Čo?

- Celkovým cieľom je vytvorenie riešenia pomocou genetického algoritmu pre Oligopolistickú hru N hráčov.
- Vytvoriť pseudokód genetického algoritmu
- Výstupy pomocou softwaru MATLAB

Parciálne ciele

- Odvodenie modelu Oligopolistickej hry pre N hráčov od N-člennej Iterovanej väzňovej dilemy
- Vhodnosť použitia NIPD *(N-iterated prisoners dilema)* u oligopolu
- Definícia spoločných a rozdielnych vlastností týchto modelov (vhodnosť použitia)
- Navrhneme jednoduchú oligopolistickú hru s tromi oligopolistami.

Parciálne ciele

- V tejto hre je výplatná matica určená dynamickou zmenou podielu na trhu, ktorá je charakterizovaná v čase premennou, stavovo závislou *Markovovou prechodovou maticou*

Parciálne ciele

- Analyzujeme význam faktorov pre konkurenčnú spoluprácu, ktoré sú environmentálne „dané“ (ako napríklad počet účastníkov trhu alebo rast podielu na trhu), na rozdiel od tých faktorov, ktoré má firma pod kontrolou (t.j. cena, náklady, ziskové rozpätie).

Parciálne ciele

- Demonštrujeme použitie genetického algoritmu (GA) v modelovaní adaptívneho správania oligopolistov.
- Vychádzajúc v mnohých ohľadoch z myšlienok obsiahnutých v ich práci, je tu jeden dôležitý rozdiel:
- Midgely a kol. naplnili historickými dátami bázu dát, následne využil GA v oligopolistickom modeli, za účelom stanovenia optimálnej stratégie pre každého hráča. N
- Nebudeme sa zaoberať tým, ako môžu oligopolisti simulovaní pomocou GA súťažiť s reálnymi oligopolistami, ktoré detailne rozpracoval Midgely a kol.

Parciálne ciele

- Namiesto toho sa budeme venovať vytváraniu vlastných historických dát u virtuálnych oligopolistov, ktorí budú modelovaní použitím genetických algoritmov, aby sme mohli sledovať, ako sa môže prostredie trhu vyvíjať z hľadiska možnosti maximalizácie zisku každého jedného a možných príčin kooperácie alebo nespolupráce.
- Preto je pre naše potreby postačujúce, keď necháme týchto virtuálnych GA oligopolistov učiť sa len z vlastných skúseností a získať tak odborné poznatky bez toho, aby boli vystavení reálnym dátam.

Matematický model

- Pre zjednodušenie nášho modelovania, predpokladáme, že oligopolný trh pozostáva z troch subjektov.
- V každom období, môže každá firma stanoviť buď vysokú cenu P_h alebo nízku cenu P_l.
- Nech a_i^t sú opatrenia (akcie) vykonané firmou *i* v čase *t*. Potom $a_i^t = 1$ ak firma *i* nastaví vysokú cenu P_h a analogicky $a_i^t = 0$ ak firma *i* stanoví cenu P_l.

Markovova prechodová matica

Ak chceme zachytiť cenovú konkurenciu medzi firmami na tomto oligopolnom trhu, dynamiku podielov na trhu týchto firiem zhrnieme do nasledujúcej *časovo variačnej* a *stavovo závislej* Markovovej prechodovej matice:

$$M_t = \begin{bmatrix} m_{11}^t & m_{12}^t & m_{13}^t \\ m_{21}^t & m_{22}^t & m_{23}^t \\ m_{31}^t & m_{32}^t & m_{33}^t \end{bmatrix}$$

Matematický model

kde m_{ij}^t je pravdepodobnosť prechodu zo stavu *i* do stavu *j*, čiže označuje podiel zákazníkov firmy *i* prechádzajúcich k firme *j* v čase *t*.

Ďalej, nech $n_i^t \, (i = 1,2,3)$ je počet zákazníkov firmy *i* v čase *t* a N_t je riadkový vektor $\left[n_1^t \quad n_2^t \quad n_3^t \right]$.

Predpokladajme, že každý zákazník bude nakupovať iba jednu jednotku tovaru alebo služby.

Matematický model

Pomocou maticového zápisu, použitím N_t a M_t môžeme potom počet zákazníkov každej firmy v období *t+1* zapísať ako:

$$\boldsymbol{N}_{t+1} = \boldsymbol{N}_t \boldsymbol{M}_t$$

Aby sme videli účinok cenovej konkurencie v dynamike podielov na trhu, predpokladajme, že pravdepodobnosti prechodu m_{ij}^t sú závisle od cenovej stratégie S_t

Matematický model

- Navyše, ak firma *i* stanoví cenu P_h , potom príde o $\frac{\alpha}{2}\times 100$ percent jej zákazníkov, ktoré si potom rozdelia firmy *j* a *k*, ktoré stanovia cenu P_l. Podobne, ak firmy *i* a *j* stanovia ceny na úrovni P_h , potom každá z nich stratí $\alpha\times 100$ percent zákazníkov, ktoré získa firma *k* pri stanovení cien P_l. Tieto predpoklady môžeme sumarizovať nasledovnými prechodovými maticami:

Matematický model - matice

$$M_t(\quad 1 \quad 1) = M_t(0 \quad 0 \quad 0) = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$M_t(1 \quad 0 \quad 0) = \begin{vmatrix} 1-\alpha & \frac{\alpha}{2} & \frac{\alpha}{2} \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$M_t(0 \quad 1 \quad 0) = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{\alpha}{2} & 1-\alpha & \frac{\alpha}{2} \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$M_t(0 \quad 0 \quad 1) = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ \frac{\alpha}{2} & \frac{\alpha}{2} & 1-\alpha \end{vmatrix}$$

$$M_t(1 \quad 1 \quad 0) = \begin{vmatrix} 1-\alpha & 0 & \alpha \\ 0 & 1-\alpha & \alpha \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

Matematický model

$$M_t(1 \quad 0 \quad 1) = \begin{vmatrix} 1-\alpha & \alpha & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & \alpha & 1-\alpha \end{vmatrix} \qquad M_t(0 \quad 1 \quad 1) = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \alpha & 1-\alpha & 0 \\ \alpha & 0 & 1-\alpha \end{vmatrix}$$

Matematický model

- Na základe takto definovaných matíc závislosti stavov, môžeme vzťah (2) zapísať ako:

$$N_{t+1} = N_t M_t(S_t)$$

pre $S_t = (a_1^t, \quad a_2^t, \quad a_3^t)$ kde $a_i^t \in \{0, 1\}$. Vzťah (3) vyjadruje internú trhovú konkurenciu medzi daným počtom hráčov.

$$n_t = \sum_{i=1}^{3} n_i^t$$

Matematický model

- Daný vzťah, cieľ oligopolistov maximalizovať ich zisky alebo súčasnú hodnotu ich firiem a zisky pre hráčov v každom kole hry zapísať vzťahom:

$$\pi_i^s = (P_i^s - C)n_i^s$$

- Kde P_i^s je cena stanovená firmou *i* v kole *s*.
- n_i^s je počet zákazníkov a *C* je fixné náklady na jednotku.