Stochastické lokačné modely

Seminár doktorandov KOVE 2012

Doktorand: Ing. Anna Hollá

Školiteľ: prof. Ing. Ivan Brezina, CSc.

5. 11. 2012

Lokačný model (model umiestnenia zariadenia)

Lokačné modely vyžadujú pochopenie fungovania reálnych situácií, ktoré sú obsiahnuté v systéme. Účelom modelovania je zohľadňovať kompromisy a zároveň čo najpresnejšie zachytiť reálnu situáciu. A týmto spôsobom dosiahnuť čo najdôveryhodnejšiu vypovedaciu schopnosť konkrétneho modelu.

Stochastika (neurčitosť, riziko)

Lokačné modely vychádzajú zo súboru informácií a poznatkov a rovnako aj z prvkov systému, ktoré je možné predpovedať iba s určitou pravdepodobnosťou.

Teda aj vývoj modelov, ktoré sa zdajú byť svojou podstatou deterministické, vieme predpovedať iba s určitou pravdepodobnosťou.

Lokačný model (umiestnenie zariadenia)

minimalizácia fixných a variabilných nákladov

maximálne pokrytie

minimalizácia počtu zariadení

+

Stochastika (neurčitosť, riziko)

stochastický dopyt

stochastické vstupné údaje

stochastická doba trvania obsluhy

↓

Stochastický lokačný model

Stochastické lokačné modely

1. Súčasný stav lokačných modelov
   a stochastických lokačných modelov
2. Cieľ práce
3. Stochastika a stochastické lokačné modely
4. Teoretická časť práce
5. Experimentálna časť práce

1. Súčasný stav lokačných modelov a stochastických lokačných modelov

- Lokačné modely
- Prehľad teórie lokačných modelov a stochastických lokačných modelov
- Súčasný stav teórie lokačných modelov a ich taxonómia
- Jednoduchý problém lokácie zariadenia
- Základné modely lokácie zariadnia

2. Cieľ práce

Akým spôsobom rozmiestniť jednotlivé prevádzky tak, aby to bolo efektívne? Kde umiestniť organizačné jednotky? Do ktorej lokality umiestniť zariadenie?

Cieľom práce je zachytiť stochastický aspekt v lokačných modeloch tak, aby ich využiteľnosť a aplikovateľnosť v praxi bola reálna.

3. Stochastika a stochastické lokačné modely

- Stochastický aspekt v lokačných modeloch
- Stochastické programovanie a jeho charakteristika
- Metódy riešenia úloh stochastického programovania:
    - nepriame metódy riešenia
    - priame metódy riešenia

4. Teoretická časť práce

- Jednoduchý stochastický p-medián lokačný model
- Stochastická kvázi gradientná metóda aplikovaná na riešenie stochastických lokačných modelov
- Stochastický model návrhu siete dodávateľského reťazca
- Stochastické analýzy v lokačnom výskume
- Algoritmy problému lokácie zariadenia so stochastickým zákazníckym dopytom a imobilnými obslužnými kanálmi
- Sociálne umiestnenie zariadení s fixnými obslužnými kanálmi, stochastickým dopytom a preťažením

5. Stochastický lokačný model minimalizácie prepravy, čakania a nákladov

Uvedený model pozostáva z dvoch častí:

- minimalizácia prepravy a čakania zákazníkov
- minimalizácia nákladov na umiestnenie

Rovnakou problematikou sa vo svojich dielach zaoberali aj (Wang, Batta a Rump 2002) a (Castillo, Ingolfsson a Sim 2009).

Minimalizácia prepravy a čakania

Prvá časť modelu sa zaoberá situáciami, kde sú imobilné obslužné zariadenia preplnené stochastickým dopytom pochádzajúcim z blízkych zákazníckych lokalít. Predpokladá sa, že zákazníci navštevujú najbližšie otvorené zariadenie. Cieľom je minimalizovať celkové prepravné náklady a dobu čakania zákazníka. Požiadavky zákazníkov v rámci modelu prichádzajú v náhodných časových okamihoch.

Minimalizácia nákladov na umiestnenie

Druhá časť modelu sa zaoberá optimalizačnými problémami umiestnenia zariadení, kapacity zariadení a rozdelenia zákazníkov do zariadení tak, aby sa minimalizovali celkové náklady systému pozostávajúce z prepravných nákladov (alebo nákladov na pripojenie), nákladov na čakanie, fixných nákladov na výstavbu zariadení a variabilných kapacitných nákladov. Model obsahuje stochastický dopyt pochádzajúci z uzlov siete a náhodný čas obsluhy v zariadeniach.

5. Stochastický lokačný model minimalizácie prepravy, čakania a nákladov

$M = \{1,2,\dots,m\}$ súbor zákazníckych uzlov

$N = \{1,2,\dots,n\}$ súbor uzlov potnenciálnych zariadení

$\mathbf{D} = \{d_{ij}\}$ matica vzdialenosti zo zákazníckeho uzla i do uzla zariadenia j

λ_i miera dopytu, požiadaviek v zákazníckom uzle $i \in M$

Λ_j miera dopytu, požiadaviek na zariadenie v uzle $j \in N$

μ_j miera obsluhy každého obslužného zariadenia v uzle $j \in N$

$W_j = (\mu_j - \Lambda_j)^{-1}$ očakávaná doba čakania zákazníkov priradených k zariadeniu v uzle $j \in N$

$\overline{W}$ horná hranica predpokladanej doby čakania zákazníkov

$v = 1/\overline{W}$ kapacita obsluhy zabezpečujúca $W_j \le \overline{W}$

p počet otvorených zariadení

$\bar{p}$ maximálny počet zariadení, ktoré môžu byť otvorené

C_f fixné náklady pre každé otvorené zariadenie

C_t prepravné náklady na jednotku času pre každého zákazníka

C_q náklady z čakanie v rade a z omeškania na jednotku času pre každého zákazníka

C_c náklady z poskytovania obsluhy na jednotku kapacity

5. Stochastický lokačný model minimalizácie prepravy, čakania a nákladov

Binárne rozhodovacie premenné tvoria vektor $\mathbf{y} = \{y_j\}$, $\mathbf{x} = \{x_{ij}\}$, kde:

$$y_j = \begin{cases} 1 \text{ ak je zariadenie otvorené v uzle } j \\ 0 \text{ naopak} \end{cases}$$

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 \text{ ak je zákazník } i \text{ priradený zariadeniu } j \\ 0 \text{ naopak} \end{cases}$$

Celková jednotková rýchlosť prepravy zákazníkov je

$$T = \sum_{i \in M} \sum_{j \in N} \lambda_i d_{ij} x_{ij} / v$$

Celková jednotková doba čakania zákazníkov je

$$V = \sum_{i \in M} \sum_{j \in N} \lambda_i x_{ij} W_j$$

T a *V* tvoria súčasť prvej účelovej funkcie modelu a jej cieľom je minimalizácia súčtu ich hodnôt.

5. Stochastický lokačný model minimalizácie prepravy, čakania a nákladov

$$\min \sum_{i\in M}\sum_{j\in N}\lambda_i x_{ij}\left(\frac{d_{ij}}{v}+\frac{1}{\mu_j-\sum_{i\in M}\lambda_i x_{ij}}\right)$$

$$\min C_f\sum_{j\in N}y_j + C_t\sum_{i\in M}\sum_{j\in N}\lambda_i x_{ij}d_{ij} + C_q\sum_{j\in N}L(\Lambda_j,\mu_j) + C_c\sum_{j\in N}\mu_j$$

za podmienok

$\sum_{j\in N}y_j \le \bar{p}$	
$\sum_{j\in N}x_{ij} = 1$	$\forall i\in M$
$x_{ij}\le y_j$	$\forall i\in M, \forall j\in N$
$\sum_{i\in M}\sum_{j\in N}d_{ij}x_{ij} \le (d_{ij}-\Delta)y_j+\Delta$	$\forall i\in M, \forall j\in N$
$\sum_{i\in M}\lambda_i x_{ij}\le \mu_j - v$	$\forall j\in N$
$0\le \mu_j\le k_1 y_j$	$\forall j\in N$
$0\le \Lambda_j = \sum_{i\in M}\lambda_i x_{ij}$	$\forall j\in N$
$y_j\in\{0,1\},\ x_{ij}\in\{0,1\}$	$\forall i\in M, \forall j\in N$