Úloha hľadania maximálneho toku v sieti na lokačnú úlohu

Juraj Pekár – Ivan Brezina

Department of Operations Research and Econometrics
Faculty of Business Informatics
University of Economics - Bratislava

Definovanie problému

- Predpoklad: počet všetkých miest je *n,* je známa matica priepustnosti **P** $=\{p_{ij}\}$, ktorá je maticou priepustnosti spojníc medzi *i*-tým a *j*-tym miestom, pričom platí:

$$p_{ij} = \begin{cases} p_{ij}, & \text{ak priepustnosť spojnice medzi } i\text{-tým a } j\text{-tym miestom je } p_{ij}, \\ \infty, & \text{ak } i = j, \\ 0, & \text{ak medzi i-tým a j-tym miestom je nulová priepustnosť.} \end{cases}$$

- Cieľ: aké maximálne množstvo surovín možno prepraviť z východiskového do konečného miesta cez ostatné tranzitné miesta s podmienkou, že jednotlivé spojnice možno použiť len s takým množstvom, ktorého maximálna hodnota je definovaná maticou **P**.

Formulácia úlohy

$$f\left(x\right)=\sum_{j=1}^{n}x_{1j}-\sum_{j=1}^{n}x_{j1}\rightarrow \max$$

$$\sum_{j=1}^{n}x_{ij}=\sum_{j=1}^{n}x_{ji}, \qquad i=2,3,\ldots n-1$$

$$0\leq x_{ij}\leq p_{ij}, \qquad i,j=1,2,\ldots n$$

Modifikácia úlohy maximálneho toku

Modifikáciou uvedenej úlohy možno získať model, aplikovateľný na problematiku rozvozu komodít zo skladových centier do miest konečnej spotreby za predpokladu, že sú známe požiadavky miest konečnej spotreby, vzdialenosti medzi nimi a priepustnosť jednotlivých ciest.

Definovanie problému

Predpokladajme, že vybrané miesta sú určené ako skladové centrá. Celkový počet miest je pritom *n*. Matica **C** $=\{c_{ij}\}$ reprezentuje priame vzdialenosti medzi jednotlivými miestami. Ďalej sú známe maximálne možné množstvá prepravy komodity medzi *i*-tým a *j*-tym miesto p_{ij}, kapacity skladových centier a požiadavky jednotlivých miest a_i, pričom

$$\sum_{i=1}^{n} a_i = 0$$

Úlohou je prepraviť tovar zo skladových centier do jednotlivých miest v požadovaných množstvách tak, aby celkovo prejdená vzdialenosť bola minimálna za predpokladu, že nemožno prepravovať po jednotlivých cestách väčšie množstvo ako je stanovené (hodnota p_{ij}).

Formulácia úlohy

$$f(x) = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij} \to \min$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} - \sum_{j=1}^{n} x_{ji} = a_i, \qquad i = 1, 2, \ldots n$$

$$0 \le x_{ij} \le p_{ij}, \qquad i, j = 1, 2, \ldots n$$

kde

c_{ij} – priama vzdialenosť *i*-tého miesta od *j*-teho miesta (ak $i = j$, tak $c_{ij} = 0$, ak priama spojnica neexistuje, tak $c_{ij} = M$),

p_{ij} – priepustnosť spojnice (maximálny možný tok) z *i*-tého miesta do *j*-teho miesta,

a_i – požiadavky, resp. ponuka *i*-tého miesta, pričom
ak $a_i > 0$ uvedené miesto má požiadavku na tovar,
ak $a_i = 0$ uvedené miesto je tranzitným miestom,
ak $a_i < 0$ uvedené miesto je skladové centrum.

Zdrojový kód pre program GAMS

- Sets
- i uzol /1*5/
- subi1(i) /1/
- subi2(i) /2*4/
- subi3(i) /5/
- alias (i,j)
- alias (i,k);
- table p(i,j);
- table c(i,j);
- parameters
- a(j) poziadavky miest;
- Variables x(i,j)
- z;
- Positive Variable x;
- Equations
- prve(i)
- druhe(i,j)
- ucel;
- ucel.. z=e=sum((i,j),c(i,j)*x(i,j));
- prve(i).. sum(j,x(i,j))-sum(k,x(k,i))-a(i)=e=0;
- druhe(i,j).. x(i,j)-p(i,j)=l=0;
- Model maxtokmod /all/;
- Solve maxtokmod using mip minimizing z;
- Display x.l;

Záver

Štandardne sa pri riešení uvedených problémov neuvažuje s kapacitnými obmedzeniami pre jednotlivé trasy, pričom v príspevku modifikujeme úlohu maximálneho toku v sieti na problém prepravy komodity tak, aby výsledkom bol optimálny spôsob prepravy pri dodržaní zadaných ohraničení kapacity jednotlivých spojníc.

V poslednej časti uvádzame počítačovú realizáciu riešenia uvedeného problému pomocou programového produktu GAMS.