

Praktické problémy kointegračnej analýzy

Martin Lukáčik, Adriana Lukáčiková, Karol Szomolányi

Analýza stacionarity a určenie rádu integrácie premenných má význam nielen v prípade vektorovo autoregresných modelov, pri ktorých nasleduje skúmanie viacerých kointegračných vektorov súčasne, ale je základným krokom aj pri tvorbe chybu korigujúcich modelov jednotlivých rovníc, kde je skúmaný vždy len jeden konkrétny dlhodobý vzťah. Nejednoznačnosť výsledkov pri určovaní rádu integrácie môže spochybniť východiskové predpoklady o rovnakom ráde integrácie všetkých analyzovaných premenných v danej rovnici, a tým vytvorí pochybnosti o skutočnej existencii kointegračného vzťahu.

Pre vysvetlenie celého problému analýzy skúmame funkciu spotreby. Obvykle sú použité premenné v logaritmickej tvare z dôvodu jednoznačnej interpretácie parametrov ako dlhodobých a krátkodobých elasticít, ale pretože nejde o nevyhnutnú podmienku, zostaneme pri pôvodných úrovniach premenných.

Reziduál klasického vzťahu spotreby ako funkcie disponibilného príjmu nie je stacionárny ani na 10% hladine významnosti, preto zvolíme odlišný menej tradičný tvar tejto funkcie. Namiesto disponibilného príjmu použijeme priamo hrubý domáci produkt *HDP* a pridáme aj vplyv zahraničných trhov realizovaných prostredníctvom kurzu dolára *SKUSD*. Výsledkom je dlhodobý vzťah prezentovaný v Tab. 1.

Tab. 1: Dlhodobý tvar funkcie spotreby – výstup Eviews

Dependent Variable: SPOT				
Method: Least Squares				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	1.540501	3.330815	0.462500	0.6460
Y	0.453017	0.021539	21.03267	0.0000
X	0.330282	0.075845	4.354708	0.0001
R-squared	0.942261	Mean dependent var		88.78051
Adjusted R-squared	0.939636	S.D. dependent var		12.19010
S.E. of regression	2.994990	Akaike info criterion		5.093461
Sum squared resid	394.6785	Schwarz criterion		5.211555
Log likelihood	-116.6963	F-statistic		359.0233
Durbin-Watson stat	1.528227	Prob(F-statistic)		0.000000

Dlhodobý vzťah naznačuje, že z každej miliardy o ktorú sa zvýši celkový príjem v hospodárstve je použitých na spotrebu obyvateľstva 453 miliónov a každé zvýšenie kurzu dolára o korunu preorientuje spotrebiteľov tak, že zvýšia spotrebu o 330 miliónov.

Reziduál takejto rovnice spotreby (*ESPOT* v Tab. 2) je na 1% hladine významnosti stacionárny a preto medzi analyzovanými premennými očakávame existenciu kointegračného vzťahu. Ak by sme porovnali tento výsledok s individuálnymi testami stacionarity týchto premenných, tak by sme takýto jednoznačný výsledok zrejme neočakávali.

Tab. 2: Test stacionarity reziduálu funkcie spotreby – výstup Eviews

Null Hypothesis: ESPOT has a unit root		Exogenous: None	
		t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic		-2.938499	0.0043
Test critical values:	1% level	-2.621185	
	5% level	-1.948886	
	10% level	-1.611932	

Preto apriórne odmietnutie premenných nevyhovujúcich podľa rádu integrácie pri tvorbe modelov s korekčným členom nie je v sporných prípadoch nevyhnutné. Zároveň to znamená odporúčenie po každom odhade overovať stacionaritu reziduálov a v prípade jej potvrdenia a použitia nestacionárnej premennej v analyzovanom vzťahu prejsť k odhadu modelov s korekčným členom.

Ak vytvoríme a odhadneme chybu korigujúci model a doplníme ho o sezónne a umelé premenné výsledkom je odhadnutý tvar podľa Tab. 3. Doplnené sú sezónna premenná pre druhé obdobie s účinkom v časovom intervale po 1999Q4 a sezónna premenná pre štvrté obdobie s účinkom v intervale od 2000Q1.

Tab. 3: Odhad chybu korigujúceho modelu funkcie spotreby – výstup Eviews

Dependent Variable: D(SPOT)				
Method: Least Squares				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-0.673209	0.331427	-2.031243	0.0487
ESPOT(-1)	-0.668325	0.101690	-6.572152	0.0000
D(Y)	0.299727	0.039953	7.502086	0.0000
D(X)	0.353303	0.176010	2.007283	0.0513
@SEAS(2)*(@TREND(2000Q1)<0)	3.484311	0.904015	3.854262	0.0004
@SEAS(4)*(@TREND(1999Q4)>0)	5.641995	1.098653	5.135376	0.0000
R-squared	0.816505	Mean dependent var		1.014213
Adjusted R-squared	0.794128	S.D. dependent var		4.234330
S.E. of regression	1.921249	Akaike info criterion		4.262572
Sum squared resid	151.3392	Schwarz criterion		4.498761
Log likelihood	-94.17044	F-statistic		36.48788
Durbin-Watson stat	1.665353	Prob(F-statistic)		0.000000

Štatistická významnosť koeficienta krátkodobého prispôsobovania (koeficient pri premennej *ESPOT*(-1)) potvrdzuje kointegračný vzťah medzi premennými. Jeho veľkosť

naznačuje značnú dynamiku vo vývoji spotreby, lebo v každom období je korigovaná až 67% odchýlka aktuálnej súkromnej spotreby od jej dlhodobej rovnováhy. Zároveň vidíme aj pri sezónnych premenných zaujímavý jav, a tým je zmena spotrebiteľského správania od roku 2000, keď začína byť výrazným zvýšenie spotreby v štvrtom štvrtroku.

Podozrenie z falošnej regresie je neopodstatnené, pokiaľ v modeli vystupujú iba stacionárne premenné. V našom prípade ide o kointegračný vzťah reprezentovaný reziduálom dlhodobého vzťahu, ktorý je stacionárny a prvé diferencie, podľa predpokladu modelu, integrovaných premenných prvého rádu, ktoré sú z definície tiež stacionárne.

Problematickým potom ostáva rad integrácie spotreby a HDP, ktorých kombinácia spolu s kurzom dolára výlučne podľa ADF testu ani výlučne podľa PP testu nedá stacionárnu kombináciu. Preto môžeme bez závažných následkov pre všetky uvedené premenné predpokladať integráciu rádu jedna alebo stacionaritu, ktorých diferencie sú určite stacionárne. Ale rovnako ako môžu byť zavádzajúce testy stacionarity v prípade testovania premenných, rovnako to môže byť aj v prípade testovania reziduálov.

Pre porovnanie uvedieme aj výsledok odhadu klasického modelu, na základe analogickej funkcie spotreby, upravenej o posunutú hodnotu spotreby a sezónnu premennú.

Tab. 4: Odhad klasického modelu funkcie spotreby – výstup Eviews

Dependent Variable: SPOT					
Method: Least Squares					
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.	
C	-2.018824	2.557924	-0.789243	0.4347	
Y	0.232631	0.037128	6.265612	0.0000	
X	0.174729	0.051043	3.423165	0.0015	
SPOT(-1)	0.515061	0.085965	5.991552	0.0000	
@SEAS(2)*(@TREND(2000Q1)<0)	3.945695	0.841174	4.690702	0.0000	
@SEAS(4)*(@TREND(1999Q4)>0)	4.259552	1.064650	4.000894	0.0003	
@SEAS(1)*(@TREND(1999Q4)>0)	-3.660362	1.261980	-2.900491	0.0061	
R-squared	0.979839	Mean dependent var	89.32502		
Adjusted R-squared	0.976737	S.D. dependent var	11.73269		
S.E. of regression	1.789504	Akaike info criterion	4.141022		
Sum squared resid	124.8907	Schwarz criterion	4.419294		
Log likelihood	-88.24352	F-statistic	315.8967		
Durbin-Watson stat	1.959157	Prob(F-statistic)	0.000000		

Rovnaký postup použijeme aj pre odhad ďalších funkcií, ktorých spojením vytvoríme malý model ekonomiky na základe kategórií výdavkovej metódy. Teda okrem už uvedenej funkcie spotreby domácností (*C*) to budú funkcia tvorby hrubého kapitálu (*I*), funkcia spotreby verejnej správy (*G*) a funkcie dovozu (*D*) a vývozu (*V*). Model nakoniec doplníme identitou

hrubého domáceho produktu (Y). Exogénne premenné sú kurz dolára (X), úroková miera (R) a index spotrebiteľských cien (P). Odhadnutý dlhodobý tvar jednotlivých funkcií:

$$C_t = 1,554051 + 0,453017*Y_t + 0,330282*X_t$$

[0,46250] [21,0327] [4,35471]

$$I_t = 67,86740 - 1,671795*R_t + 0,316635*\Delta Y_t$$

[13,2716] [-4,4232] [2,13976]

$$G_t = 9,845234 + 0,149787*Y_t$$

[2,02957] [5,19717]

$$D_t = -74,6595 + 0,235607*I_t - 0,905646*X_{t-1} + 1,027028*(C_t+G_t) + 0,731026*P_t$$

[-7,3546] [1,89845] [-4,6042] [7,72808] [11,5594]

$$V_t = 12,97211 + 1,119911*D_t - 0,681727*I_t$$

[2,47602] [26,9038] [-4,6244]

Reziduál v rovnici klasickej investičnej funkcie ako funkcie HDP a úrokovej miery nie je stacionárny. Preto rovnako ako pri spotrebnej funkcii zvolíme menej obvyklý tvar, keď hrubý domáci produkt je nahradený jeho prvou diferenciou. Spotreba verejnej správy je dlhodobo determinovaná iba HDP. Pre funkciu dovozu sme rozlíšili dovoz do celkovej spotreby a dovoz pre investície a podstatným sa ukázala aj cenová hladina. Kurz dolára je v tejto rovnici vhodnejší, ak ho uvažujeme posunutý o jedno obdobie. Pre vývoz sa kurzy zahraničných mien v dlhodobých vzťahoch ukázali ako nevhodné. Pre vysvetlenie je použitý dovoz a investície.

Tab. 5: Testy stacionarity reziduálov jednotlivých rovníc – výstup Eviews

Null Hypothesis: EC has a unit root Lag Length: 4 (Automatic based on SIC, MAXLAG=9)	Exogenous: None	
	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-2.938499	0.0043
Null Hypothesis: EI has a unit root Lag Length: 0 (Automatic based on SIC, MAXLAG=9)	Exogenous: None	
	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-2.690036	0.0083
Null Hypothesis: EG has a unit root Lag Length: 6 (Automatic based on SIC, MAXLAG=9)	Exogenous: None	
	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-4.751969	0.0000
Null Hypothesis: ED has a unit root Lag Length: 0 (Automatic based on SIC, MAXLAG=9)	Exogenous: None	
	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-4.719189	0.0000
Null Hypothesis: EV has a unit root Lag Length: 4 (Automatic based on SIC, MAXLAG=9)	Exogenous: None	
	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-3.545130	0.0007
*MacKinnon (1996) one-sided p-values.		

Pri odhade modelov s korekčným členom rovnice doplníme o sezónne a umelé premenné, kvôli korekcii silných sezónnych výkyvov. Odhadnuté rovnice majú tvar:

$$\begin{aligned} \Delta C_t &= -0,67 - 0,668*EC_{t-1} + 0,300*\Delta Y_t + 0,353*\Delta X_t + 3,484*S_2 + 5,642*S_4 \\ &[-2,44] [-8,71] [9,04] [1,48] [2,94] [6,12] \\ \Delta I_t &= 2,547 - 0,156*EI_{t-1} - 0,559*\Delta R_t + 0,205*\Delta^2 Y_t + 0,66*\Delta DV_t - 6,819*S_4^1 - 16,44*S_4^2 + 8,323*S_1 \\ &[3,88] [-2,56] [-1,53] [4,85] [7,99] [-3,78] [-7,17] [4,28] \\ \Delta G_t &= 0,815 - 0,371*EG_{t-1} + 0,216*\Delta Y_t - 0,351*\Delta I_t + 0,45*\Delta DV_t - 4,551*S_1 + 4,959*S_4 - 5,25*U_G \\ &[3,08] [-4,45] [4,59] [-6,59] [12,05] [4,94] [3,47] [-3,76] \\ \Delta D_t &= -0,509*ED_{t-1} + 0,323*\Delta I_t + 1,079*\Delta P_t + 1,16*\Delta CG_t - 0,64*\Delta X_{t-1} + 8,424*S_2 - 6,343*S_3 \\ &[-4,12] [2,64] [3,99] [13,34] [-1,43] [2,14] [-3,90] \\ \Delta V_t &= 3,692 - 0,376*EV_{t-1} + 0,625*\Delta D_t - 0,394*\Delta I_t - 4,443*S_1 + 10,86*S_2 - 7,353*S_4 \\ &[4,50] [-3,80] [8,99] [-3,99] [-2,48] [3,51] [-4,09] \end{aligned}$$

Premenná DV reprezentuje rozdiel dovozu a vývozu, teda saldo zahraničného obchodu. Bola pridaná ako diferencia do rovníc tvorby hrubého kapitálu a spotreby verejnej správy, lebo výrazne zlepšila vysvetlenie rovnice. Premenná CG označuje súčet C a G , teda celkovú konečnú spotrebu. Zaujímavým riešením je aj rozdelenie vplyvu sezónnej premennej štvrtého štvrťroka v rovnici tvorby hrubého kapitálu na obdobie po koniec roku 1999 (S_4^1) a od začiatku roku 2000 (S_4^2). Jedinou umelou premennou je U_G pre výrazné vychýlenie spotreby verejnej správy v prvom štvrťroku roku 2004.

Ak porovnáme odhadnuté hodnoty hrubého domáceho produktu, získané na základe bázičkej identity výdavkovej metódy z výsledkov chybu korigujúcich modelov (ECM) jednotlivých rovníc a skutočné hodnoty za roky 2003-2004 v Tab. 6, zistíme malé odchýlky aj pre takýto zjednodušený model. Preto sú chyby korigujúce modely aj malých rozsahov v súčasnosti preferované pri väčšine ekonometrických aplikácií.

Tab. 6: Porovnanie odhadnutých a skutočných hodnôt HDP

hrubý domáci produkt stále ceny	2003			
Odhad ECM	179,4	196,2	205,2	202,3
Skutočnosť	181,1	199,1	203,5	199,7
Odchýlka	-1,74	-2,86	1,74	2,57
% Odchýlka	-0,96	-1,44	0,86	1,29
hrubý domáci produkt stále ceny	2004			
Odhad ECM	190,1	207,4	211,9	209,3
Skutočnosť	190,9	210,0	214,2	211,3
Odchýlka	-0,85	-2,65	-2,38	-1,98
% Odchýlka	-0,45	-1,26	-1,11	-0,94

Výsledky a z nich vyplývajúce závery uvedené v tejto časti poukazujú na veľký význam rozmerovo malých, ale dôležitých ekonomických modelov. Ekonometrická teória pre ich odhad neustále zdokonaľuje a vyvíja nové postupy umožňujúce presnejšiu a prehľadnejšiu realizáciu následnej analýzy, ktorá o danom skúmanom ekonomickom systéme ponúkne viac informácií. A tie môžu byť nakoniec využité aj pri tvorbe komplexných modelov.

Zoznam literatúry

1. DICKEY, D. A. – FULLER, W. A.: Distributions of the Estimators for Autoregressive Time Series with a Unit Root. *Journal of American Statistical Association* 74, 1979, s. 427-431.
2. ENGLE, R. F. – GRANGER, C. W. J.: Co-integration and error correction representation, estimation and testing. In.: *Econometrica* 55, 1988, s. 251-276.
3. GRANGER, C. W. J. – NEWBOLD, P.: *Forecasting Economic Time Series*. London: Academic Press 1987.
4. VOGELVANG, B.: *Econometrics: theory and applications with EViews*. Harlow : Prentice Hall 2005.