

Hľadanie najkratšej okružnej cesty algoritmom najvýhodnejšieho suseda

Ivan Brezina

- Problém najkratšej okružnej cesty – algoritmus najvýhodnejšieho suseda

Algoritmus najvýhodnejšieho suseda

1. Výpočet matice frekvencií E s prvkami pre úplnú sieť

a) nesymetrickú

$$e_{ij} = (n-1) \cdot d_{ij} - \sum_{k=1}^n d_{ik} - \sum_{q=1}^n d_{qj} - d_{ji}$$

b) symetrickú

$$e_{ij} = (n-2) \cdot d_{ij} - \sum_{k=1}^n d_{ik} - \sum_{q=1}^n d_{qj}$$

$$k \neq j \quad q \neq i$$

2. $k = 1, I = \{1, 2, \dots, n\}, i = i_1 = 1$ a $J = I - \{i_1\} = \{2, 3, \dots, n\}$.

3. Ak $k = n$, prechod ku kroku 4.

ak $k < n$, nájdeme v i -tom riadku matice \mathbf{E} v množine J indexov najmenší prvok (označíme ako q), t. j. $\min e_{iq} \in \mathbf{E}$, pre $q \in J$

$k = k + 1, i = i_k = j$ a $J = J - \{j\}$, opakovanie kroku 3.

4. $i_{n+1} = 1$, riešenie je dané postupnosťou uzlov $i_1, i_2, \dots, i_n, i_{n+1}$.

Príklad – okružná cesta - mestá SR

	BA	BR	KE	LC	MT	NR	PD	PP	RK	ZA	ZV
BA						85				202	
BR			164	77				78			66
KE		164		159				120			
LC		77	159			156					55
MT							54		39	25	86
NR	85			156			80				103
PD					54	80				79	62
PP		78	120						79		
RK					39			79			73
ZA	202				25		79				
ZV		66		55	86	103	62		73		

Algoritmus najvýhodnejšieho suseda

Výpočet matice E

	BA 1	BR 2	KE 3	LC 4	MT 5	NR 6	PD 7	PP 8	RK 9	ZA10	ZV11
BA 1	-	-954	-292	-1088	-1141	-3030	-1755	-280	-751	-1511	-1378
BR 2	-954	-	-1948	-1952	-938	-1166	-1222	-2134	-1120	-846	-1780
KE 3	-292	-1948	-	-1994	-936	-504	-538	-2616	-1404	-844	-1096
LC 4	-1088	-1952	-1994	-	-1050	-1300	-1334	-1278	-1232	-958	-1892
MT 5	-1141	-938	-936	-1050	-	-1353	-1838	-1496	-2022	-2320	-1362
NR 6	-3030	-1166	-504	-1300	-1353	-	-1967	-492	-963	-1261	-1590
PD 7	-1755	-1222	-538	-1334	-1838	-1967	-	-922	-1448	-1746	-1646
PP 8	-280	-2134	-2616	-1278	-1496	-492	-922	-	-1964	-1404	-1106
RK 9	-751	-1120	-1404	-1232	-2022	-963	-1448	-1964	-	-1930	-1544
ZA10	-1511	-846	-844	-958	-2320	-1261	-1746	-1404	-1930	-	-1270
ZV11	-1378	-1780	-1096	-1892	-1362	-1590	-1646	-1106	-1544	-1270	-

symetrická sieť:
$$e_{ij} = (n-2) \cdot d_{ij} - \sum_{k=1}^n d_{ik} - \sum_{q=1}^n d_{qj} \quad k \neq j \quad q \neq i$$

$$e_{12} = 9 \cdot 254 - (400 + 241 + 219 + 85 + 165 + 332 + 258 + 202 + 188) - (164 + 77 + 152 + 169 + 128 + 78 + 139 + 177 + 66)$$

Algoritmus najvýhodnejšieho suseda

	BA 1	BR 2	KE 3	LC 4	MT 5	NR 6	PD 7	PP 8	RK 9	ZA10	ZV11
BA 1	-	-954	-292	-1088	-1141	-3030	-1755	-280	-751	-1511	-1378
BR 2	-954	-	-1948	-1952	-938	-1166	-1222	-2134	-1120	-846	-1780
KE 3	-292	-1948	-	-1994	-936	-504	-538	-2616	-1404	-844	-1096
LC 4	-1088	-1952	-1994	-	-1050	-1300	-1334	-1278	-1232	-958	-1892
MT 5	-1141	-938	-936	-1050	-	-1353	-1838	-1496	-2022	-2320	-1362
NR 6	-3030	-1166	-504	-1300	-1353	-	-1967	-492	-963	-1261	-1590
PD 7	-1755	-1222	-538	-1334	-1838	-1967	-	-922	-1448	-1746	-1646
PP 8	-280	-2134	-2616	-1278	-1496	-492	-922	-	-1964	-1404	-1106
RK 9	-751	-1120	-1404	-1232	-2022	-963	-1448	-1964	-	-1930	-1544
ZA10	-1511	-846	-844	-958	-2320	-1261	-1746	-1404	-1930	-	-1270
ZV11	-1378	-1780	-1096	-1892	-1362	-1590	-1646	-1106	-1544	-1270	-

$k = 1,$

$I = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11\}, i_1 = 1, J = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11\}$

$1 < 11, \min \{-954, -292, -1088, -1141, -3030, -1755, -280, -751, -1511, -1378\} = -3030, q = 6$

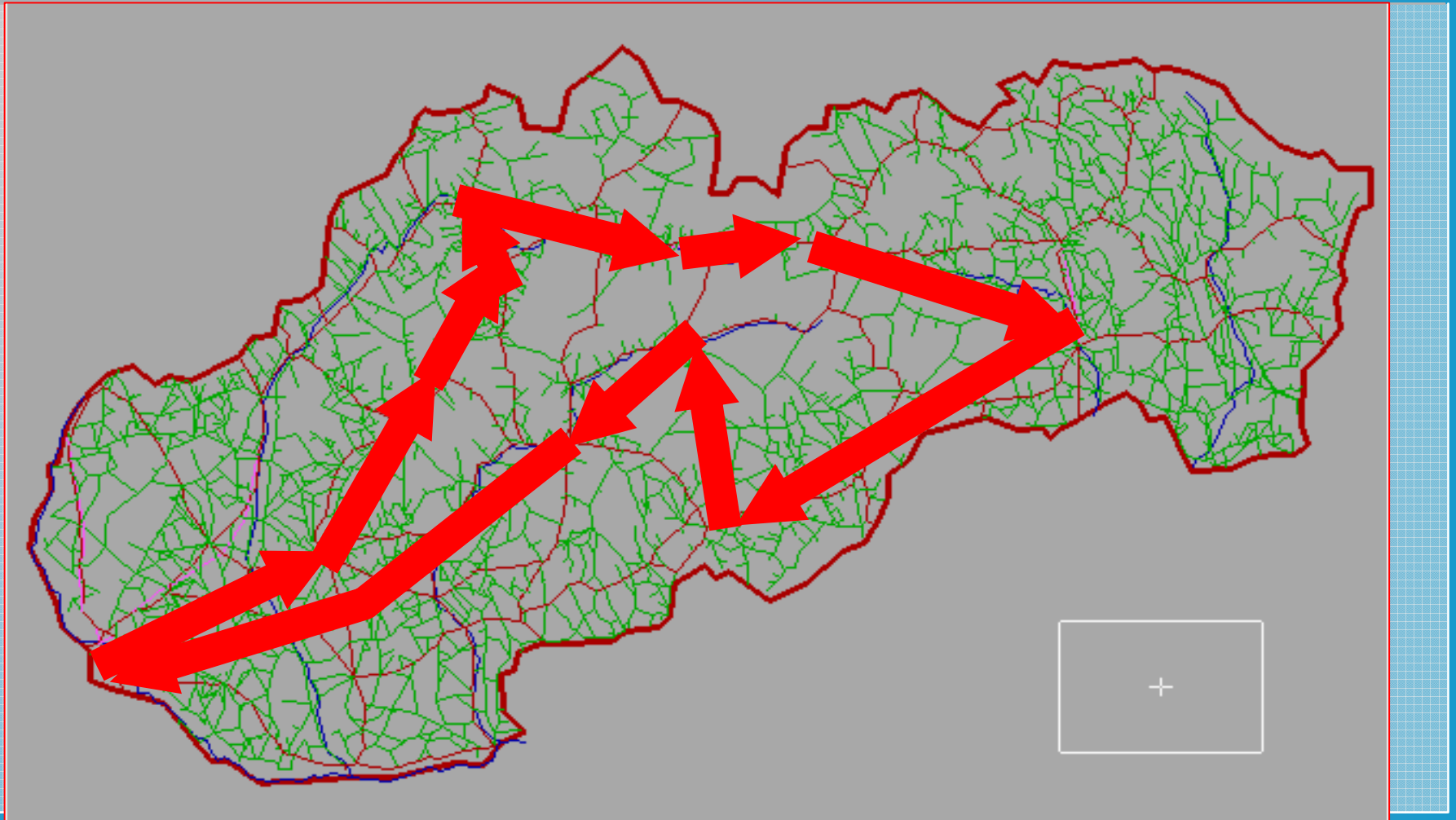
Algoritmus najvýhodnejšieho suseda

$k = 1, I = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11\}, i_1 = 1, J = \{2,3,4,5,6,7,8,9,10,11\}$
 $1 < 11, \min \{-954,-292,-1088,-1141,-3030,-1755,-280,-751,-1511,-1378\} = -3030, q = 6$
 $k = 2, i_2 = 6, J = \{2,3,4,5,7,8,9,10,11\}$
 $2 < 11, \min \{-1166,-504,-1300,-1353,-1967,-492,-963,-1261,-1590\} = -1967, q = 7$
 $k = 3, i_3 = 7, J = \{2,3,4,5,8,9,10,11\}$
 $3 < 11, \min \{-1222,-538,-1334,-1838,-922,-1448,-1746,-1646\} = -1838, q = 5$
 $k = 4, i_4 = 5, J = \{2,3,4,8,9,10,11\}$
 $4 < 11, \min \{-938,-936,-1050,-1496,-2022,-2320,-1362\} = -2320, q = 10$
 $k = 5, i_5 = 10, J = \{2,3,4,8,9,11\}$
 $5 < 11, \min \{-846,-844,-958,-1404,-1930,-1270\} = -1930, q = 9$
 $k = 6, i_6 = 9, J = \{2,3,4,8,11\}$
 $6 < 11, \min \{-1120,-1404,-1232,-1964,-1544\} = -1964, q = 8$
 $k = 7, i_7 = 8, J = \{2,3,4,11\}$
 $7 < 11, \min \{-2134,-2616,-1278,-1106\} = -2616, q = 3$
 $k = 8, i_8 = 3, J = \{2,4,11\}$
 $8 < 11, \min \{-1948,-1994,-1096\} = -1994, q = 4$
 $k = 9, i_9 = 4, J = \{2,11\}$
 $9 < 11, \min \{-1952,-1892\} = -1952, q = 2$
 $k = 10, i_{10} = 2, J = \{11\}$
 $10 < 11, \min \{-1780\} = -1780, q = 11$
 $k = 11, i_{11} = 11, J = \emptyset, i_{12} = 1$

Trasa **1 – 6 – 7 – 5 – 10 – 9 – 8 – 3 – 4 – 2 – 11 – 1**
 BA – NR – PD – MT – ZA – RK – PP – KE – LC – BR – ZV – BA
Vzdialenosť **997**

Príklad – okružná cesta - mestá SR

Algoritmus najvýhodnejšieho suseda



Porovnanie metód

➤ **Optimálna okružná cesta (Littleho metóda):**

Trasa 1 – 6 – 7 – 11 – 4 – 2 – 3 – 8 – 9 – 5 – 10 – 1

BA – NR – PD – ZV – LC – BR – KE – PP – RK – MT – ZA – BA

Vzdialenosť 988

➤ **Heuristické metódy:**

➤ **Najbližší sused:**

Trasa 1 – 6 – 7 – 5 – 10 – 9 – 11 – 4 – 2 – 8 – 3 – 1

BA – NR – PD – MT – ZA – RK – ZV – LC – BR – PP – KE – BA

Vzdialenosť 1 111

➤ **Najvýhodnejší sused:**

Trasa 1 – 6 – 7 – 5 – 10 – 9 – 8 – 3 – 4 – 2 – 11 – 1

BA – NR – PD – MT – ZA – RK – PP – KE – LC – BR – ZV – BA

Vzdialenosť 997