MONOPOLISTICKÉ HRY

Michaela Chocholatá

I.1. Jednoduchý monopol

Lineárna dopytová funkcia

$$X(p) = \alpha - \beta p \text{ pričom } \alpha, \beta > 0,$$

p (≥ 0) - predajná cena
X(p) - veľkosť dopytu

Inverzná, tzv. cenovoodbytová funkcia k uvedenej dopytovej funkcii má tvar

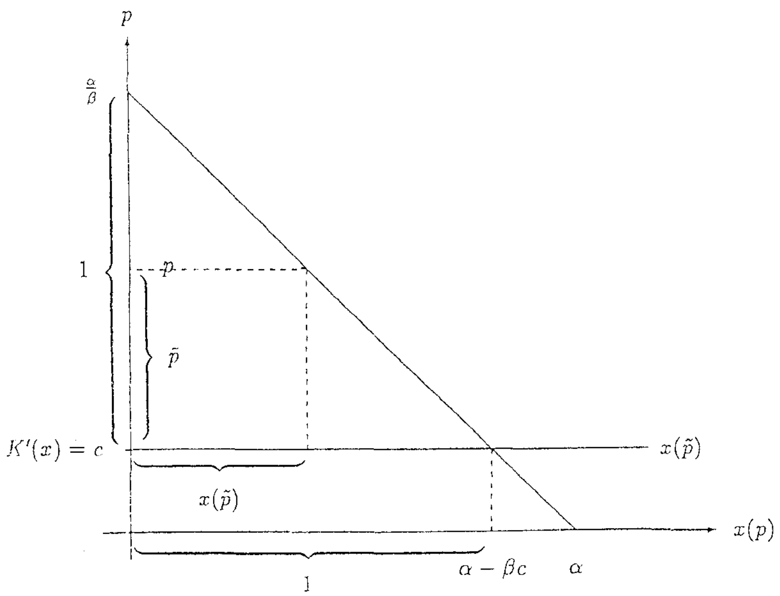
$$p = \frac{\alpha}{\beta} - \frac{1}{\beta} X$$

cena $p = \alpha/\beta$ - odbyt je nulový t.j. X(p) = 0 → prohibitívna cena
úroveň odbytu α - cena je nulová, t.j. X(0) = α → úroveň nasýtenia

Lineárna nákladová funkcia monopolistu má tvar:

$$K(X) = \overline{C} + cX, \quad \text{kde } \overline{C} \geq 0 \text{ a } \frac{\alpha}{\beta} > c \geq 0.$$

fixné náklady $\overline{C}$ - nezávislé od vyprodukovaného i od predaného množstva produkcie
konštantné hraničné náklady c - sú menšie ako α / β, pretože za iných okolností by nebolo možné realizovať tovarovú výmenu na trhu (obr.1)



Obr.1

Funkcia zisku G(p) má pre všetky p ($0 \le p \le \alpha/_\beta$) nasledovný tvar:

$$G(p) = p \cdot X(p) - K(X(p)) = p(\alpha - \beta p) - \overline{C} - c(\alpha - \beta p)$$

krycí príspevok na kus $\widetilde{p} = p - c$

$D(\widetilde{p})$ **- celkový krycí príspevok**

$$D(\widetilde{p}) = \widetilde{p}X(\widetilde{p}) = G(p) + \overline{C} = (p - c)(\alpha - \beta p) = \widetilde{p}(\alpha - \beta c - \beta \widetilde{p})$$

normovanie $\alpha - \beta c = 1 = \beta$ $\rightarrow D(\widetilde{p})$ v zjednodušenom tvare:

$$D(\widetilde{p}) = \widetilde{p}(1 - \widetilde{p})$$

Normovaná (bezparametrická) verzia funkcie zisku

$$G(p) = p(1-p)$$

rezervačný úžitok kupujúceho v (0 ≤ v ≤ 1) = cena, pri ktorej je kupujúci v indiferentný medzi realizáciou a nerealizáciou kúpy

- pre každú hodnotu v (0 ≤ v ≤ 1) existuje práve jeden kupujúci
- monopolista najskôr zvolí cenu p (0 ≤ p ≤ 1) → každý kupujúci v sa rozhodne o realizácii alebo nerealizácii kúpy

Veľkosť dopytu v závislosti od známej ceny (0 ≤ p ≤ 1)

$$X(p) = \int_p^1 dv = 1 - p$$

Monopolistická cena p*=1/2 → monopol maximalizuje funkciu zisku $G(p) = p(1-p)$

I.2. Monopolistická ponuka vyčerpateľných zdrojov

$C_1 > 0 \rightarrow$ množstvo tovaru v začiatočnej perióde t = 1

Stochastická dopytová funkcia pre každú periódu t = 1,…,T

$$p_t = f_t(x_t, \varepsilon_t)$$

x_t - predané množstvo v perióde t

ε_t - náhodná premenná (len také hodnoty, aby cena p_t bola nezáporná)

Cieľ monopolistu $\rightarrow$ maximalizovať súčasné a budúce tržby (abstrahujeme od výrobných a spracovateľských nákladov):

$$\Pi_T = E\left\{\sum_{t=1}^{T} \rho^{t-1} p_t x_t\right\}$$

E - operátor očakávanej hodnoty, t.j. $P_t(x_t) = E\{f_t(x_t, \varepsilon_t)$

ρ (0 ≤ ρ ≤ 1) - konštatný diskontný faktor

- predávané množstvá x_t v jednotlivých periódach nemôžu prekročiť disponibilné množstvá C_t v týchto periódach „transition law“

$$C_{t+1} = C_t - x_t \qquad pre \qquad t = 2, \ldots, T$$

Optimálny profil predaja $X^* = (x_1^*, x_2^*, \ldots, x_T^*) \rightarrow$ maximalizácia Lagrangeovej funkcie:

$$L(x, \lambda) = \sum_{t=1}^{T} \rho^{t-1} x_t P_t(x_t) + \lambda\left[C_1 - \sum_{t=1}^{T} x_t\right]$$

z nutnej podmienky dostávame pre všetky t = 1,…,T

$$(*) \qquad \frac{P_t(x_t) + x_t P_t'(x_t)}{P_{t+1}(x_{t+1}) + x_{t+1} P_{t+1}'(x_{t+1})} = \frac{\rho^t}{\rho^{t-1}} = \rho$$

• **výpočet optimálneho profilu predaja** explicitne pre špeciálny prípad lineárnej a stacionárnej funkcie dopytu:

$P_t(x_t) = A - x_t$ pre t = 1,…,T

Z podmienky (*) dostávame

$$\frac{A - 2x_1}{A - 2x_t} = \rho^{t-1} \qquad \text{pre } t = 1,\dots,T,$$

resp.

$$x_t = x_1 \cdot \frac{1}{\rho^{t-1}} + \frac{A}{2} - \frac{A}{2}\frac{1}{\rho^{t-1}} \qquad \text{pre } t = 1,\dots,T.$$

Zo vzťahu

$$\frac{\partial L(X,\lambda)}{\partial \lambda} = C_1 - \sum_{t=1}^{T} x_t = 0$$

vypočítame C_1

$$C_1 = x_1 \sum_{t=1}^{T} \rho^{1-t} + \frac{T}{2}A - \frac{A}{2}\sum_{t=1}^{T}\rho^{1-t}$$

resp. x_1

$$x^*_1 = \frac{C_1 - T\frac{A}{2} + \frac{A}{2}\sum_{t=1}^{T}\rho^{1-t}}{\sum_{t=1}^{T}\rho^{1-t}} = \frac{A}{2} - \frac{\left[T\frac{A}{2} - C_1\right]}{\sum_{t=1}^{T}\rho^{1-t}} = \frac{A}{2} - \frac{\left[T\frac{A}{2} - C_1\right](1-\rho)\rho^{T-1}}{1-\rho^T}$$

- preverenie platnosti postačujúcej podmienky (matica druhých parciálnych derivácií musí byť negatívne semidefinitná) → lokálny extrém je globálnym maximom a optimálny profil predaja X* môžeme vyjadriť nasledovne

$$x_t^* = \frac{A}{2} - \left[T\frac{A}{2} - C_1\right]\frac{\rho^{T-1}(1-\rho)}{\rho^{t-1}(1-\rho^T)} \qquad \text{pre } t = 1,\dots,T$$

za podmienok :

- $\mathbf{0 \leq x_t^* \leq C_t}$ pre všetky $t = 1,\dots,T$
- $T\frac{A}{2} \geq C_1$

Ak je **T je veľmi vysoké** → nemusí monopolista využiť celý čas predaja (v zmysle $x_t^* > 0$ pre všetky $t = 1,\dots,T$)

- **periódu výpredaja $\mathbf{T^*}$** $(1 \leq T^* \leq T)$:
  $\mathbf{x_t^* > 0}$ pre všetky $t = 1,\dots,T^*$ a $\mathbf{x_t^* = 0}$ pre všetky $t = T^*+1,\dots, T$

I.3 Trvalé monopoly

- kupujúci má záujem o maximálne jednu jednotku tovaru
- **δ (0 ≤ δ ≤ 1)**- rovnaký a časovo konštantný diskontný faktor pre všetkých kupujúcich v (0 ≤ v ≤ 1)
- **ρ (0 ≤ ρ ≤ 1)**- časovo konštantný diskontný faktor monopolistu
- **δ = 1** kupujúci je nerozhodný, či má tovar kúpiť dnes alebo až neskôr (analýza len δ →1)
- $\mathbf{p_t}$ - predajná cena v perióde t
  $\mathbf{x_t}$ - predané množstvo tovaru v perióde t

• **cieľ monopolistu** - maximalizácia zisku

$$\Pi_T = \left\{ \sum_{t=1}^{T} \rho^{t-1} p_t x_t \right\}$$

<u>**Prípad T=2**</u>

• $\mathbf{p_1, p_2}$ - ceny v periódach 1 a 2

• kupujúci v realizuje kúpu v perióde 1 za cenu p_1 len za predpokladu, že

$$v - p_1 \geq \delta (v - p_2)$$

resp.

$$v \geq \frac{p_1 - \delta p_2}{1 - \delta} =: v_1$$

$\Rightarrow$ všetci kupujúci v $\mathbf{(1 \geq v > v_1)}$ nakupujú v **prvej perióde**
kupujúci v $\mathbf{(v_1 \geq v > p_2)}$ zase v **druhej perióde**

Zvyšková dopytová funkcia v perióde 2 je daná vzťahom

$x_2(p_2) = v_1 - p_2$ kde $0 \leq p_2 \leq v_1$

Maximalizáciou zisku monopolistu v perióde 2 $\rightarrow$ $p_2^* = \frac{v_1}{2} = \frac{p_1 - \delta p_2^*}{2(1 - \delta)}$

Funkcia zisku Π_2 monopolistu má nasledovný tvar:

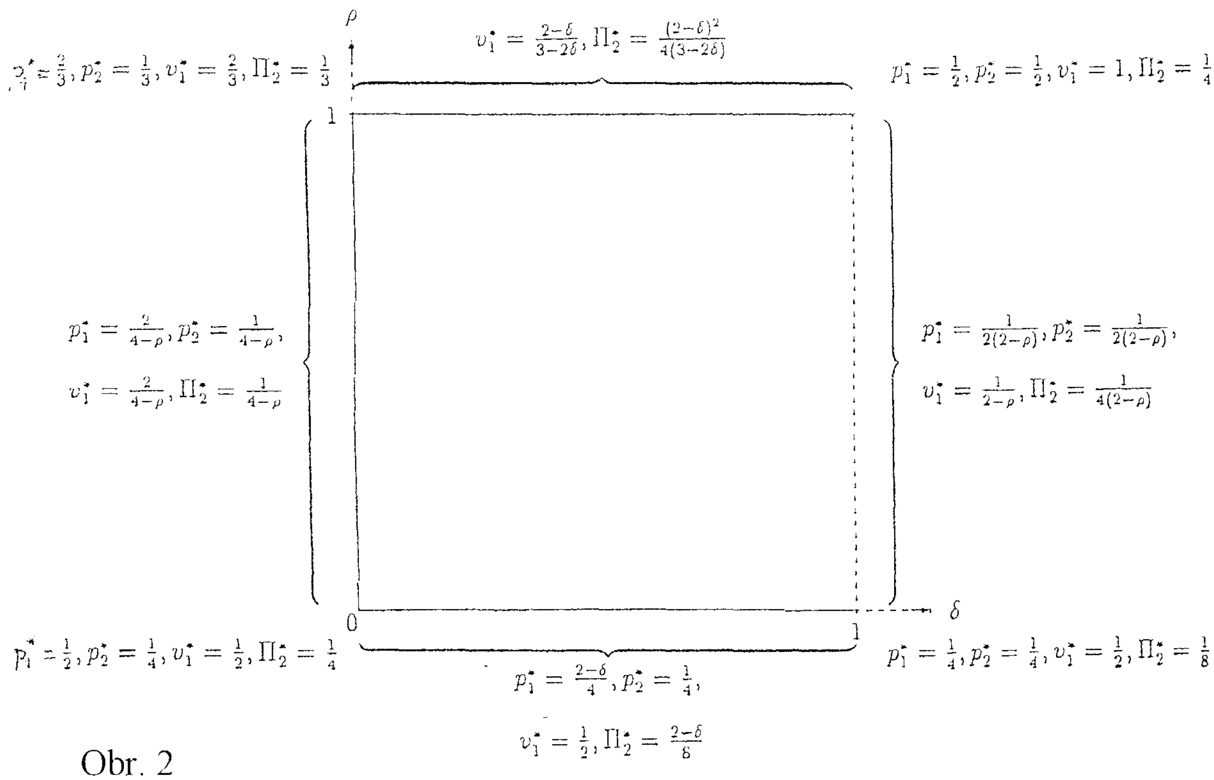
$$\Pi_2 = p_1(1 - v_1) + \rho\left[v_1 - \frac{v_1}{2}\right]\frac{v_1}{2}$$

Na základe vzťahov $\Pi_2'(p_1) = 0$ a $\Pi_2''(p_1) < 0$, ktoré predstavujú nutnú a postačujúcu podmienku existencie extrému dostávame

$$p_1^* = \frac{(2 - \delta)^2}{2(4 - 2\delta - \rho)}, \qquad p_2^* = \frac{2 - \delta}{2(4 - 2\delta - \rho)},$$

$$v_1^* = \frac{2 - \delta}{4 - 2\delta - \rho}, \qquad \Pi_2^* = \frac{(2 - \delta)^2}{4(4 - 2\delta - \rho)}$$

- grafické znázornenie situácie pomocou jednotkového štvorca s hranami δ a ρ (obr. 2)



Obr. 2

- **δ = 1 = ρ → prohibitívna kúpna cena** p_1^* v perióde t = 1, t.j. $v_1^* = 1$
  - $x_1^* = 1 - v_1^* = 1 - 1 = 0$
  - $x_2^* = v_1^* - p_2^* = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

- **δ = 1** a **ρ = 0 → intrapersonálna cenová konkurencia**
  - ρ = 0 ⇒ záujem monopolistu v hlavne o tržby x_1p_1(prvá perióda)
  - $x_1^* = 1 - v_1^* = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$
  - $x_2^* = v_1^* - p_2^* = \frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$

- **δ = 0** a **ρ = 1 → intertemporálna cenová diferenciácia**
  - $x_1^* = 1 - v_1^* = 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$
  - $x_2^* = v_1^* - p_2^* = \frac{2}{3} - \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$

- **δ = 0 = ρ → extrémne krátkozraké správanie** sa účastníkov na trhu, t.j. zanedbávajú všetky budúce šance na trhu

- $x_1^* = 1 - v_1^* = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$
- $x_2^* = v_1^* - p_2^* = \frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$

I.4. Intrapersonálne strategické konflikty

• je otázne, či v prípade trvalého monopolu možno skutočne hovoriť len o **jednom ponúkajúcom**

→ **„monopolistu prvej periódy t = 1"** zaujímajú zrejme len tržby v prvej perióde x_1p_1

→ pre **„monopolistov neskorších periód"** predstavujú tržby z prvej periódy x_1p_1 nemennú hodnotu, ktorá nemá žiadny vplyv na ich optimálne rozhodovanie

→ „monopolisti neskorších periód" majú v dôsledku rôznych zvyškových dopytových funkcií **rôzne cieľové funkcie** ⇒ takíto rozhodovatelia by mali byť chápaní ako **rôzni hráči**

• potreba transformácie intrapersonálnych strategických konfliktov na interpersonálne, aby každé strategické rozhodnutie (ťah) realizoval **nezávislý rozhodovateľ (agent)**

• „Rozloženie" hráča na agentov je nevyhnutné v takom prípade, keď hráč presne nepozná svoje „budúce ja", t.j. v súčasnosti presne nevie, ako by na určité skutočnosti reagoval v budúcnosti

• Ilustrácia problému „rozloženia" hráča na viacero agentov na príklade: Manžel, ktorý je informovaný o nemorálnom správaní svojej manželky nemusí nevyhnutne okamžite vedieť, ako bude v budúcnosti hodnotiť manželkinu neveru a rozhodovať o pokračovaní ich manželstva

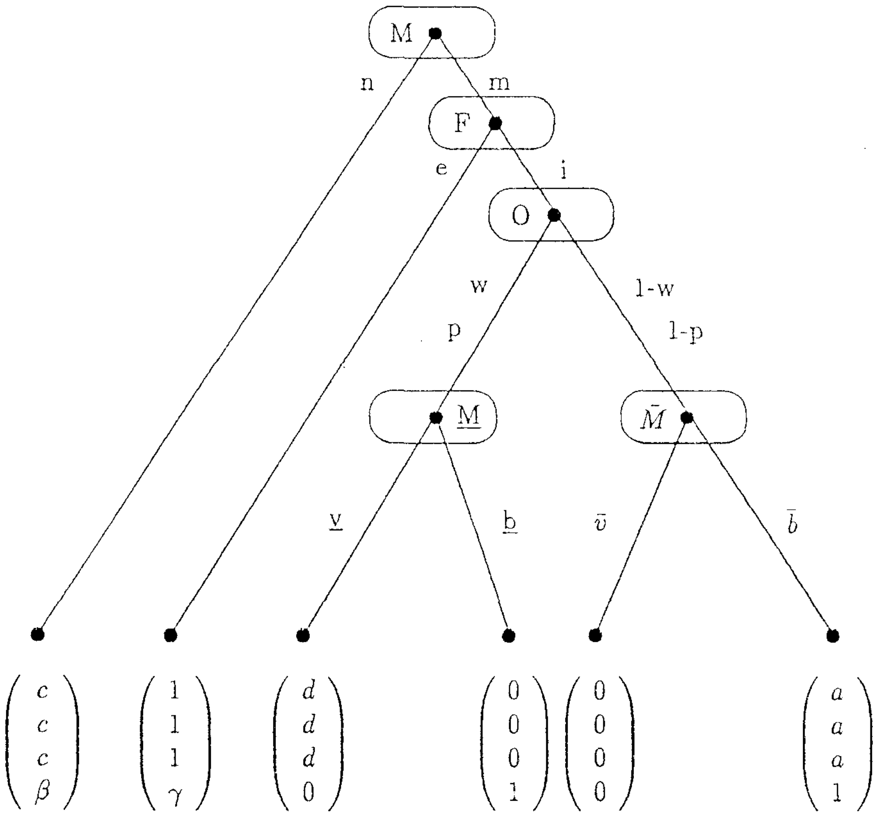
→ traja agenti, resp. lokálni hráči reprezentujúci manžela:

- jeden z agentov (M) sa musí rozhodnúť, či manželku F informuje o tom, že vie o jej „nevere“
- ďalší dvaja agenti ($\underline{M}$, resp. $\overline{M}$) o nevere manželky síce vedia, ale posudzujú ju rôzne – viď obr. 3

  :typ manžela $\underline{M}$ - ďalší život s „nevernou“ partnerkou nie je možný (uprednostňuje ťah v)

  :typ manžela $\overline{M}$ - dokázaná „nevera“ partnerky mu neprekáža v ďalšom spoločnom živote (uprednostňuje ťah b)

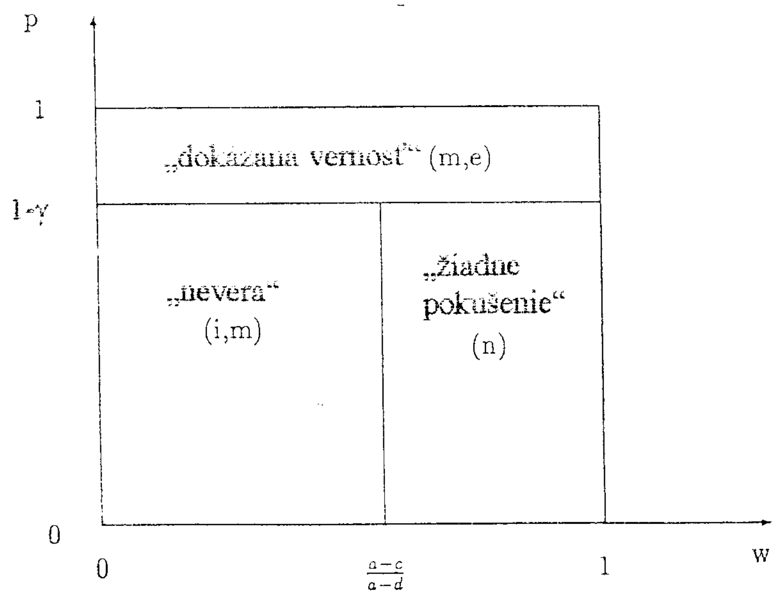
• neznalosť manžela M o jeho „budúcom ja“ → rôzne preferencie pre $\underline{M}$ a $\overline{M}$ pomocou pravdepodobnosti **w (0 < w < 1)**, resp. **1- w** a pravdepodobnosťami **p (0 < p < 1)**, resp. **1-p** zo strany manželky F



Obr.3

- $\underline{M}$ - upredností̌uje ťah $\underline{v}$
- $\overline{M}$ - upredností̌uje ťah $\overline{b}$
- F bude voliť ťah **e** $\Leftrightarrow \gamma > \mathbf{1} - \mathbf{p}$, resp. $\mathbf{p} > \mathbf{1} - \gamma$
- ak platí $\mathbf{p} > \mathbf{1} - \gamma \Rightarrow$ v dôsledku platnosti vzťahu $1 > c$ je ťah **m** manžela M optimálny
- ak však platí $\mathbf{p} < \mathbf{1} - \gamma$, potom je **m** optimálne len v tom prípade, ak $wd + (1\text{-}w)\,a \quad c$, resp. $\dfrac{a-c}{a-d} > w$; inak je optimálnym ťah **n**

→ grafické znázornenie : jednotkový štvorec s hranami zodpovedajúcimi pravdepodobnostiam w a p:



Obr. 4

→ len v časti grafu nazvanej „nevera“ závisí výsledok od náhodného ťahu

→ tento jednoduchý príklad ilustruje ako neznalosť o vlastnom „budúcom ja“ môže diktovať súčasné správanie

I.5 Informatívna reklama na monopolistických trhoch

• rozhodnutie monopolistu o existencii, resp. neexistencii cenovej reklamy o svojom produkte a o predajnej cene p ($p \geq 0$)

→ neexistencia cenovej reklamy - vlastné predstavy kupujúcich o cene produktu

→ existencia cenovej reklamy – podiel w kupujúcich je informovaný o cene tovaru, 1- w kupujúcich zostáva o cene neinformovaných - vlastné cenové predstavy

• individuálne odlišné (cestovné) náklady k spojené s návštevou obchodu predpoklad: pre každú hodnotu nákladov k ($0 \leq k \leq 1$) existuje práve jeden kupujúci

• monetárna hodnota tovaru je 1 a je pre všetkých zákazníkov rovnaká ⇒ pri cene 1 je kupujúci indiferentný medzi realizáciou a nerealizáciou kúpy

→ kúpa tovaru ⇒ úžitok zákazníka s (cestovnými) nákladmi k je rovný $1 - p - k$

→ návšteva obchodu, ale nerealizácia kúpy ⇒ úžitok bude $-k$

→ nenavštívenie obchodu ⇒ úžitok bude rovný 0

→ náklady na cenovú reklamu označíme K ($K > 0$)

Dilema monopolistu bez cenovej reklamy

• vlastné predstavy kupujúcich o cene tovaru $\hat{p}$ ($0 \leq \hat{p} \leq 1$)

• (cestovné) náklady majú veľkosť k ($0 \leq k \leq 1$) ⇒ obchod monopolistu navštívia zákazníci, pre ktorých platí $1 - \hat{p} \geq k \geq 0$

Funkcia zisku monopolistu je preto určená vzťahom

$$\Pi(p) = \begin{cases} p(1-\hat{p}) & \text{pre všetky } 0 \leq p \leq 1 \text{ a } 0 \leq \hat{p} \leq 1 \\ 0 & \text{inak} \end{cases}$$

z čoho je zrejmé, že cena p^* maximalizujúca zisk je rovná 1.

→ obava z vykorisťovania stanovením ceny $p^* = 1$

→ cenový prísľub monopolistu $p < 1$ – cieľ prilákať do obchodu aspoň niektorých zákazníkov

Situácia na trhu pri existencii cenovej reklamy

• **očakávaný podiel zákazníkov x(p)**

$$x(p) = w(1 - p) + (1 - w)(1 - \hat{p})$$

→$\hat{p}$ - jednotné cenové očakávanie tých kupujúcich, ktorí neboli informovaní o cene

→ kupujúci k, ktorý je s pravdepodobnosťou w informovaný o cene, navštívi obchod a kúpi za cenu p za podmienky $1 - p \geq k \geq 0$

→ kupujúci k bez informácie o cene navštívi obchod monopolistu za predpokladu, že $1 - \hat{p} \geq k \geq 0$ a nakúpi za akúkoľvek cenu p $(0 \leq p \leq 1)$

• Cieľ monopolistu - **maximalizácia zisku**

$$p[w(1 - p) + (1 - w)(1 - \hat{p})] - K,$$

ktorú realizuje prostredníctvom ceny p^*

$$p^* = \frac{1 - (1 - w)\hat{p}}{2w}$$

Po zohľadnení platnosti vzťahu $\hat{p} = p^*$ dostávame vzťah

$$p^* = \frac{1}{1 + w}$$

očakávaný zisk bude mať veľkosť

$$\frac{w}{(1+w)^2} - K$$

→ ak w / $(1+w)^2 > K \Rightarrow$ z cenovej reklamy profituje nielen monopolista, ale aj všetci konzumenti k $\left(\frac{w}{1+w} > k \geq 0\right)$ - pričom zisk má výšku

$$\frac{w}{1+w} - k$$

I.6. Súťaž o získanie patentového práva – cesta k monopolu

- **v (v > 0)** - úžitok z mnohoročného monopolistického postavenia vyplývajúceho z existencie patentového práva (nezávisí od okamihu získania spomínaného patentového práva)
- 1 - posledný okamih na prihlásenie patentu

  t_i - okamih, v ktorom chce mať firma i patent pripravený na prihlásenie

Náklady spojené s vývojom patentu $C_i(t_i)$ pre všetky firmy i = 1,…,n (n≥2)

$$C_i(t_i) = kv(1 - t_i), \text{ pričom } k > 1 \text{ a } 0 \leq t_i \leq 1.$$

→ pre každú firmu je možné vyjadriť funkciu očakávaného zisku

→ dá sa ukázať, že k tomu, aby súťaž o získanie patentového práva viedla k nulovým očakávaným ziskom postačujú dvaja konkurenti - v dôsledku charakteru tejto súťaže sa náklady na vývoj patentu zvýšia až do takej miery, že očakávaný zisk klesne na nulu

Literatúra

Fendek, M.: Kvantitatívna mikroekonómia. IURA Edition, Bratislava 1999.

Güth, W.: Markt- und Preistheorie. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg New York London Paris Tokyo Hong Kong Barcelona Budapest, 1994.