Viacstupňové dopravné úlohy

Ivan Brezina

Dvojstupňové dopravné úlohy

- dodávateľské sklady - medzisklady - odberateľské sklady
- označenie:
  - m - počet dodávateľov ($D_1, D_2, \dots, D_m$)
  - K - počet medziskladov ($M_1, M_2, \dots, M_K$)
  - n - počet odberateľov ($O_1, O_2, \dots, O_n$)
  - a_i - kapacita i-teho dodávateľa
  - c_k - kapacita k-teho medziskladu
  - b_j - požiadavky j-teho odberateľa

Dvojstupňové dopravné úlohy

- označenie:

c^1_{ik} - prepravné náklady na 1. stupni od i-teho dodávateľa do k-teho medziskladu

c^2_{kj} - prepravné náklady na 2. stupni z k-teho medziskladu k j-temu odberateľovi

x^1_{ik} - množstvo prepravované na 1. stupni od i-teho dodávateľa do k-teho medziskladu

x^2_{kj} - množstvo prepravované na 2. stupni z k-teho medziskladu k j-temu odberateľovi

Dvojstupňové dopravné úlohy

- riešenie dvoch jednoduchých dopravných úloh, ak platia vzťahy

$$\sum_{i=1}^{m} a_i = \sum_{k=1}^{K} c_k = \sum_{j=1}^{n} b_j$$

$$\sum_{k=1}^{K} c_k \leq \sum_{i=1}^{m} a_i \leq \sum_{j=1}^{n} b_j$$

$$\sum_{k=1}^{K} c_k \leq \sum_{j=1}^{n} b_j \leq \sum_{i=1}^{m} a_i$$

Dvojstupňové dopravné metódy

- ak sú najmenšie požiadavky odberateľov

$$\min\ z(x) = \sum_{i=1}^{m}\sum_{k=1}^{K} c_{ik}^{1} x_{ik}^{1} + \sum_{k=1}^{K}\sum_{j=1}^{n} c_{kj}^{2} x_{kj}^{2}$$

$$\sum_{k=1}^{K} x_{ik}^{1} \le a_i \qquad i = 1, 2, .., m$$

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ik}^{1} \le c_k \qquad k = 1, 2, .., K$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_{kj}^{2} \le c_k \qquad k = 1, 2, .., K$$

$$\sum_{k=1}^{K} x_{kj}^{2} = b_j \qquad j = 1, 2, .., n$$

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ik}^{1} = \sum_{j=1}^{n} x_{kj}^{2} \quad k = 1, 2, .., K$$

$$x_{ik}^{1}, x_{kj}^{2} \ge 0 \qquad i = 1, 2, \dots, m, \quad k = 1, 2, \dots, K, \quad j = 1, 2, \dots, n$$

Dvojstupňové dopravné metódy

- k nej duálna úloha

$$\max q = \sum_{i=1}^{m} a_i u_i + \sum_{k=1}^{K} c_k (v_k + v'_k) + \sum_{j=1}^{n} b_j w_j$$

$$u_i + v_k \le c^1_{ik} \qquad i = 1, 2, \ldots, m, \quad k = 1, 2, \ldots, K$$

$$u_i \le 0 \qquad i = 1, 2, \ldots, m$$

$$v_k + v'_k \le 0 \qquad k = 1, 2, \ldots, K$$

$$v'_k + w_j \le c^2_{kj} \qquad k = 1, 2, \ldots, K, \quad j = 1, 2, \ldots, n$$

Dvojstupňové dopravné metódy

- ak sú najmenšie požiadavky dodávateľov

$$\min\ z(x) = \sum_{i=1}^{m}\sum_{k=1}^{K} c_{ik}^{1} x_{ik}^{1} + \sum_{k=1}^{K}\sum_{j=1}^{n} c_{kj}^{2} x_{kj}^{2}$$

$$\sum_{k=1}^{K} x_{ik}^{1} = a_i \qquad i = 1, 2, .., m$$

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ik}^{1} \le c_k \qquad k = 1, 2, ..., K$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_{kj}^{2} \le c_k \qquad k = 1, 2, \ldots, K$$

$$\sum_{k=1}^{K} x_{kj}^{2} \le b_j \qquad j = 1, 2, \ldots, n$$

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ik}^{1} = \sum_{j=1}^{n} x_{kj}^{2} \qquad k = 1, 2, \ldots, K$$

$$x_{ik}^{1}, x_{kj}^{2} \ge 0 \qquad i = 1, 2, \ldots, m, \quad k = 1, 2, \ldots, K, \quad j = 1, 2, \ldots, n$$

Dvojstupňové dopravné metódy

- k nej duálna úloha

$$\max q=\sum_{i=1}^{m} a_i u_i+\sum_{k=1}^{K} c_k (v_k+v'_k)+\sum_{j=1}^{n} b_j w_j$$

$$u_i+v_k\le c^1_{ik} \qquad i=1,\,2,\,\ldots,\,m,\quad k=1,\,2,\,\ldots,\,K$$

$$v_k+v'_k\le 0 \qquad k=1,\,2,\,\ldots,\,K$$

$$v'_k+w_j\le c^2_{kj} \qquad k=1,\,2,\,\ldots,\,K,\quad j=1,\,2,\,\ldots,\,n$$

$$w_j \quad \le 0 \qquad j=1,\,2,\,\ldots,\,n$$

Dvojstupňové dopravné metódy

- tabuľka riešenia

	v_k	v_1	v_2	…	v_K		
u_i		M_1	M_2	…	M_K	M_{fikt}	a_i
u_1	D_1						a_1
u_2	D_2						a_2
…	…			x_{ik}^1			…
u_m	D_m						a_m
w_j	D_{fikt}/O_{fikt}						b_j
w_1	O_1						b_1
w_2	O_2						b_2
…	…			x_{kj}^2			…
w_n	O_n						b_n
	c_k	c_1	c_2	…	c_K		
	v'_k	v'_1	v'_2	…	v'_K		