

ČASOVÁ ŠTRUKTÚRA ÚROKOVÝCH MIER

Abstrakt

Štruktúrou úrokových mier sa obvykle myslia vzťahy medzi výnosmi do splatnosti jednotlivých dlhopisov. Štruktúra úrokových mier závisí od viacerých faktorov, napr. aj od rizika príslušných dlhopisov, v tomto príspevku sa budeme zaoberať iba závislosťou štruktúry úrokových mier na dobe do splatnosti, t.j. *časovou štruktúrou úrokových mier (term structure of interest rates)*.

Kľúčové slová

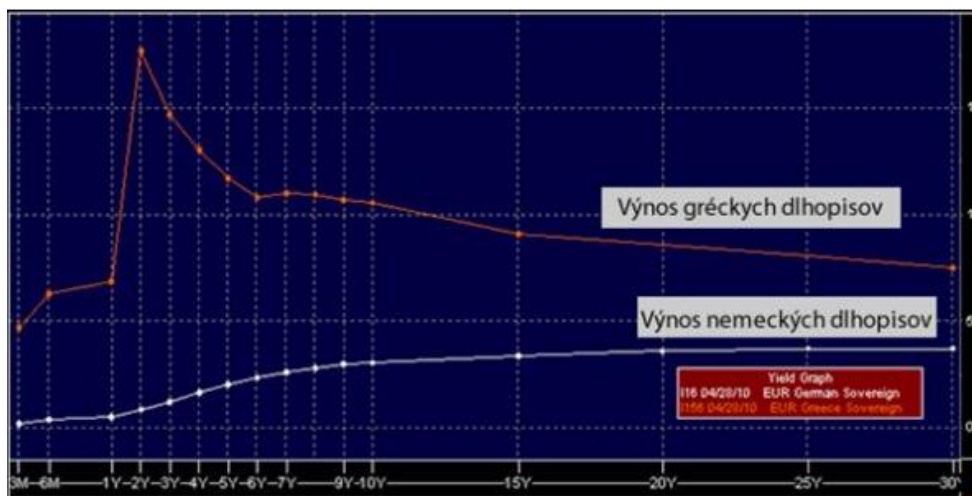
Úroková miera, dlhopis, výnos do splatnosti, výnosová krivka

1 VÝNOSOVÁ KRIVKA VŠEOBECNE

Vzťah medzi výnosom do splatnosti a dobou do splatnosti dlhopisov sa všeobecne označuje ako *výnosová krivka (yield curve)*. Pri konštrukcii výnosovej krivky je potrebné, aby bola konštruovaná na základe konkrétnych dlhopisov, ktoré sa líšia iba dobou do splatnosti, ale inak majú približne zhodné vlastnosti (typ emitenta, rating, kupónová sadzba, zdanenie, a pod.) Preto sa výnosové krivky konštruujú predovšetkým pre štátne dlhopisy a k nim sa potom vzťahujú ostatné dlhopisy. Navyše výnos štátnych dlhopisov je považovaný za bezrizikový (*risk-fee-yield*), takže pri vzťahovaní výnosových kriviek jednotlivých dlhopisov ku vybranej výnosovej krivke štátnych dlhopisov stačí navýšiť výnosovú krivku štátnych dlhopisov o hodnotu označovanú ako *kreditný spread* daného dlhopisu. Splatnosť dlhopisov je rôzna, často sa emitujú trojročné, päťročné, desaťročné, pätnásťročné alebo tridsaťročné dlhopisy.

Trend výnosových kriviek býva všeobecne rastúci (teda s dlhšou dobou do splatnosti môžeme očakávať vyšší výnos) a konvexná.

Môže sa však stať, že v prípade zlého vývoja ekonomiky sa výnosová krivka zmení na reverznú. Reverzná výnosová krivka je však v súčasnosti anomáliou poukazujúcou na vysokú pravdepodobnosť krachu štátu.



Obr. 1 Výnosové krivky z roku 2010

Z pohľadu roka 2010 si podľa Obr. 1 Nemecko dokáže požičať na trhu veľmi lacno a aj na dobu 30 rokov si požičia za menej ako 5%. Až do jedného roka sú platené úroky minimálne a pokladničné poukážky môže Nemecko emitovať za menej ako 1% úrok (keď uvažujeme splatnosť kratšiu ako 1 rok, tak už hovoríme o pokladničných poukážkach). Na druhej strane si Grécko vždy požičiava s vyššou sadzbou ako Nemecko, hovoríme tak o rizikovej prirážke. Čo je ale pre Grécko horšie, dvojročné dlhopisy dosahujú výnos viac ako 15%, teda investori takmer neveria, že Grécko dokáže splácať svoje záväzky za horizont dvoch rokov - investori očakávajú krach krajiny do dvoch rokov. Štát však bežne stojí pre dilemou - buď si bude požičať peniaze na dlhšie obdobie avšak drahšie, alebo sa bude financovať emitovaním dlhopisov s krátkou splatnosťou, ktoré sú lacnejšie. Takto dokáže štát krátkodobu výrazne ušetriť. V tomto prípade sa môže stať, že s prípadnou stratou dôvery investorov sa štát nedokáže na trhu prefinancovať alebo s rastom úrokových sadzieb môžu štátne krátkodobé výdavky prudko narásť.

2 TYPY VÝNOSOVÝCH KRIVIEK

- (1) *Výnosová krivka bezkupónových dlhopisov (zero-coupon yield curve)* znázorňuje závislosť medzi spotovými výnosmi do splatnosti a dobou do splatnosti bezkupónových dlhopisov (napr. ak má n - ročný bezkupónový dlhopis v nominálnej hodnote F aktuálnu trhovú cenu P , potom príslušný spotový výnos je rovný $\left(\left(\frac{F}{P} \right)^{\frac{1}{n}} - 1 \right)$. Táto krivka sa väčšinou odhaduje na základe údajov o kupónových dlhopisoch (lebo trhy s bezkupónovými dlhopismi nie sú príliš aktívne).
- (2) *Výnosová krivka kupónových dlhopisov (coupon-bearing yield curve)* znázorňuje závislosť medzi spotovými výnosmi do splatnosti a dobou do splatnosti kupónových dlhopisov. Štandardne sa pre jej konštrukciu používajú dlhopisy, kde cena zodpovedá nominálnej hodnote ($P = F$), ich výnosy do splatnosti zodpovedajú kupónovým sadzbám.
- (3) *Forwardová výnosová krivka (forward yield curve)* znázorňuje závislosť medzi forwardovými výnosmi do splatnosti a dobou do splatnosti bezkupónových alebo kupónových dlhopisov.

Niekedy sa krivkám neforwardového typu hovorí *spotové výnosové krivky*.

Už bolo spomenuté, že výnosovú krivku bezkupónových dlhopisov, ktorá má ako referenčná krivka prvoradý význam, je väčšinou nutné odhadovať na základe údajov o kupónových dlhopisoch. Najčastejšie sa pritom používa metóda nazývaná *bootstrapping* (nesúvisí to s metódou zo štatistiky) Iné možnosti: rôzne vyhladzovacie a splinové postupy (*splines*) založené na regresii.

3 ODHAD HODNÔT VÝNOSOVEJ KRIVKY

Príklad 1

K dispozícii máme 3 kupónové dlhopisy, $F = 12.000$, ktoré raz ročne vyplácajú kupóny. Ďalšia špecifikácia dlhopisov je v Tab. 1. Odhadneme zodpovedajúce hodnoty výnosovej krivky bezkupónových dlhopisov metódou bootstrapping.

	splatnosť	kupónová sadzba	trhová cena
Dlhopis 1	1	8,9%	11.920
Dlhopis 2	2	5,9%	11.990
Dlhopis 3	3	7,1%	11.950

Tab. 1

Výnos do splatnosti dlhopisu 1 bude $11.920 = \frac{1.068 + 12.000}{1 + i_e}$, $i_e = 0,0963 = i_{e,0,1}$.

Hodnotu $i_{e,0,2}$ môžeme metódou bootstrapping odhadnúť riešením rovnice $11990 = \frac{708}{1 + 0,0963} + \frac{708 + 12000}{(1 + i_{e,0,2})^2}$, $i_{e,0,2} = 0,0584$.

A podobne vypočítame aj hodnotu $i_{e,0,3}$. $11950 = \frac{852}{1 + 0,0963} + \frac{852}{(1 + 0,0584)^2} + \frac{852 + 12000}{(1 + i_{e,0,3})^3}$,

$i_{e,0,3} = 0,07269$.

Príklad 2

K dispozícii máme údaje o piatich dlhopisoch:

	Maturita v rokoch	Ročný kupón	Cena trhová
Dlhopis 1	0,25	0	97,7
Dlhopis 2	0,50	0	95,3
Dlhopis 3	1,00	0	90,7
Dlhopis 4	1,50	8	97,1
Dlhopis 5	2,00	10	99,4

Tab. 2

Kupóny sú vyplácané v **polročných** intervaloch, $F = 100$. Odhadneme zodpovedajúce hodnoty výnosovej krivky bezkupónových dlhopisov metódou bootstrapping pri spojitom úrokovaní.

Prvé 3 dlhopisy nevyplácajú žiadny kupón, takže

$$i_{e,0,0,25} = \frac{1}{0,25} \ln \frac{100}{97,7} = 0,0931 = 9,31\%$$

$$i_{e,0,0,50} = \frac{1}{0,5} \ln \frac{100}{95,3} = 0,0963 = 9,63\%$$

$$i_{e,0,1,00} = \frac{1}{1} \ln \frac{100}{90,7} = 0,0976 = 9,76\%$$

Štvrtý dlhopis je splatný o 1,5 roka, finančné toky v jednotlivých obdobiach budú:

0,5 roka	4
1,0 rok	4
1,5 roka	4+100

Z predchádzajúcich výpočtov vieme, že úroková miera pre platbu na konci šiesteho mesiaca je $i_{e,0;0,50} = 9,63\%$, a na konci prvého roku $i_{e,0;1,00} = 9,76\%$. Rovnako vieme, že súčasná hodnota dlhopisu (97,1) sa musí rovnať súčasnej hodnote všetkých platieb, ktoré dostane majiteľ dlhopisu, teda:

$$97,1 = 4 \cdot e^{-0,0963 \cdot 0,5} + 4 \cdot e^{-0,0976 \cdot 1} + 104 \cdot e^{-i_{e,0;1,5} \cdot 1,5}$$

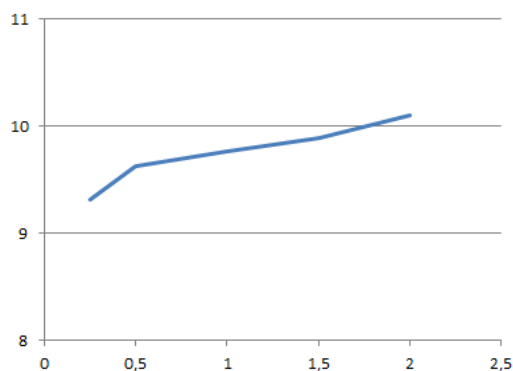
$$i_{e,0;1,5} = 9,89\%$$

Analogicky vypočítame $i_{e,0;2,0}$.

$$99,4 = 5 \cdot e^{-0,0963 \cdot 0,5} + 5 \cdot e^{-0,0976 \cdot 1} + 5 \cdot e^{-0,0989 \cdot 1,5} + 105 \cdot e^{-i_{e,0;2,0} \cdot 2}$$

$$i_{e,0;2,0} = 0,101 = 10,1\%$$

Vypočítané úrokové miery môžeme graficky znázorniť.



Graf 1

Ak potrebujeme zistiť úrok medzi dátumami, musíme využiť zvyčajný predpoklad, že krivka medzi príslušnými úrokmi je lineárna funkcia a pred prvým a za posledným úrokom je konštantná. Skúsme vypočítať napríklad hodnotu 21 mesačného úroku. Využijeme lineárnu interpoláciu, pri ktorej priradíme jednotlivým úrokom váhy (čím bližšie je hľadaná hodnota k danému úroku, tým vyššia je priradená váha), takže napríklad:

$$i_{e,0;1,75} = \frac{1}{4} i_{e,0;1,00} + \frac{3}{4} i_{e,0;2,00}$$

alebo

$$i_{e,0;1,75} = \frac{1}{2} i_{e,0;1,50} + \frac{1}{2} i_{e,0;2,00}$$

Záver

Celkovo sa neodporúča vyberať dlhopisy iba na základe výnosov do splatnosti. Výnos do splatnosti je totiž váženým priemerom cez spotové úrokové miery zodpovedajúce jednotlivým platbám v rámci uvažovaného dlhopisu a pri takomto priemerovaní môže dôjsť k zavádzajúcemu skresleniu.

Použitá literatúra

- 1 CIPRA, T.: Matematika cenných papírů. Professional Publishing, Praha 2013, ISBN: 978-80-7431-079-9
- 2 IŽIP, R.: Výnosová krivka, <http://hn.hnonline.sk/vynosova-krivka-382256>

Kontaktné údaje

Andrea Kaderová, Mgr., PhD., Katedra matematiky a aktuárstva, Fakulta hospodárskej informatiky, Ekonomická univerzita v Bratislave, Dolnozemska cesta 1, 852 35 Bratislava, tel. +421267295808, e.mail: kaderova.euba@gmail.com